

鐵電薄膜微感測元件系統模擬與設計分析之研究

System Modeling and Design of the Microsensors Using Ferroelectric Thin Film

計畫編號：NSC 88-2216-E-011-013

執行時間：87/08/01 - 88/07/31

主持人：余志成 jcyu@mail.ntust.edu.tw

國立台灣科技大學機械技術工程系副教授

一、中文摘要（關鍵字：加速度計、壓電薄膜、微機電、田口方法、穩健最佳化）

本研究旨在建立壓電薄膜加速度微感測器之機電系統模式並進行微感測器的設計穩健化。文中首先分析典型加速度感測器之結構，進而推導懸樑型壓電加速度微感測器之系統模式。製造誤差所造成的設計變數變異，將嚴重地影響微感測器的正確性。因此本研究應用田口品質工程法進行加速度微感測器機械結構之參數設計，以降低微感測器輸出性能對製造誤差之敏感度。並應用有限元素分析 ANSYS，比較加速度微感測器結構之自然頻率及機械的輸出響應，以確認理論模式之正確性。

英文摘要（Keyword：Piezoelectric Thin Film, Accelerometer, Taguchi, Robust Design.）

This paper focuses on the electromechanical system modeling and robust design of microaccelerometer using piezoelectric thin film. The research starts from the structure analysis and drives the system modeling of piezoelectric microaccelerometer. The simulation model will be used in the parameter design of microaccelerometer. Manufacturing errors result in the variations of design variables, which has significant effects on sensor accuracy. This research will apply Taguchi's method to reduce the sensitivity of sensor response to manufacturing disturbances including variations of dimensions and material properties. A finite element analysis using ANSYS is presented to verify the resonance frequency of the microstructure and the mechanical response of the theoretical model.

二、計畫緣由與目的

微感測器（Microsensor）是在微機電系統中最早被商品化的產品，也是發展最快速的技術之一。一般的微感測元件係利用微細加工（Micromachining）技術在矽晶圓（Silicon wafer）上製作出三次元的微結構。然而若將這些微結構及具有換能功能的材料（如壓電薄膜）與微電子電路整合在同一晶片上，則可製成微型的感測器。微型化後的感測元件具有穩定性高、工作頻帶寬等優點而積體化的設計不僅降低了微感測元件的單價成本，更提高了元件的實用性。

壓電陶瓷具有機械能與電能轉換的特性，因此常

作為轉換器（Transducer）。常用的壓電材料如鉛鈦酸鉛（ $PbZr_xTi_{1-x}O_3$ ，俗稱PZT），由於具有溫度的穩定度、高機電耦合係數、高電阻及高驅動電壓等優點，已廣泛地應用在微感測器中[1]。隨陶瓷材料薄膜化技術的日益成熟，未來在各種微感測器及致動器的應用上，相當具有潛力[2]。

多數的文獻著重於微感測元件製造技術的探討[3-5]。而對於壓電薄膜應用於微感測器的機電系統模式的研究則較為有限，尤其對於製造誤差對微感測器精度影響之探討更是受到忽略。因此本研究將以加速度微感測器為應用載具，依微細加工製程特性進行機械結構的設計，建立微感測器的機電系統模式。另一方面應用田口品質工程法，進行設計的穩健化減少製造誤差對輸出準確性的影響。

三、研究方法與成果[9]

3.1 懸樑型壓電薄膜加速度微感測器

本研究中微加速度感測器的設計採用四樑對稱的微結構(圖 1)，振動質塊在第3方向（z方向）的運動具有較高的敏感性，而減少其它方向運動的敏感性，其中的振動質塊是由四根固定在基座上之懸樑所支撐，在靠懸樑的固定端上方鍍上PZT轉換器（包括：上電極、PZT薄膜及下電極），其懸樑之細部放大圖如圖 2所示。

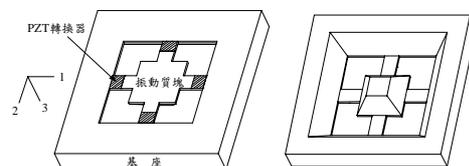


圖 1 懸樑型加速度微感測器模型

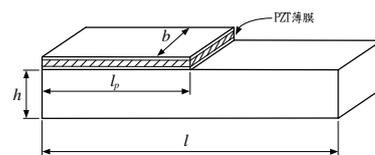


圖 2 懸樑之細部放大圖

為簡化系統模式推導步驟，文中的加速度感測器採用以下的假設：

(1) 加速度感測器之懸臂樑的質量可忽略。

- (2) 振動質塊及基座為剛性體。
- (3) 線彈性系統，懸樑適用於虎克定律。
- (4) 振動質塊僅作第3方向之位移。
- (5) PZT 薄膜及電極的厚度，不影響懸樑剛性。

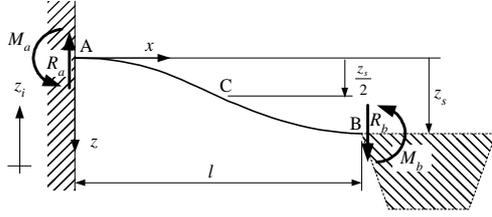


圖 3 懸樑之自由體圖

假設加速度感測器在基座加速 \ddot{z}_i 的瞬間，振動質塊與基座間產生 z_s 之相對位移。若只考量第一振動模態，懸樑中點C為反曲點，其變形量為 $z_s/2$ ，其自由體圖如圖 3所示。當微小變形時，根據樑的線彈性變形微分方程式代入邊界條件解上述微分方程式，則可以計算出樑中任一位置x之彎矩。

$$M(x) = \frac{12EIz_s}{l^3}x - \frac{6EIz_s}{l^2} \quad (1)$$

假設PZT薄膜與懸樑間具有完美之結合，當加速度感測器在加速的瞬間，PZT薄膜在第1方向所受之應力近似等於懸樑表面所受之彎曲應力。而振動質塊由四根懸吊樑支撐，因此可求得其懸吊剛性K為

$$K = \frac{4Eb^3}{l^3} \quad (2)$$

3.1.1 振動質塊

若以KOH非等向性蝕刻矽晶圓，其所蝕刻出之加速度微感測器的振動質塊外形如同一個截去頭端之金字塔，圖 4為振動質塊之細部放大圖。

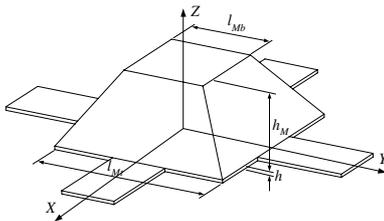


圖 4 振動質塊之細部放大圖

積分可求得振動質塊之質量為

$$M = \frac{\sqrt{2} \cdot \rho}{6} \left[l_M^3 - (l_M - \sqrt{2} \cdot h_M)^3 \right] + \rho \cdot l_M^2 \cdot h \quad (3)$$

其中 ρ 為密度

3.1.2 系統轉移函數

壓電式加速度微感測器主要係利用質量-彈簧-阻尼系統，將感測器基座所固定待測物件的加速度，轉換成振動質塊相對於基座的位移量。再以材料的壓電特性，將機械應變轉換為電荷輸出。由於涉及機電能

量之轉換，因此在分析此系統模式時，可分成機械及電性轉移函數兩部份：

(1)機械轉移函數(G_m)，主要是給定振動質塊和感測器本體間的相對位移 z_s 與加速度 \ddot{z}_i 的關係。

$$\frac{z_s}{\ddot{z}_i}(D) = S_m \cdot \frac{w_n^2}{D^2 + 2\zeta w_n D + w_n^2} \quad (4)$$

$$\text{其中 } S_m \equiv \frac{M}{K} = \frac{Ml^3}{48EI} = \frac{Ml^3}{4Eb^3} \quad \text{機械敏感度}$$

$$w_n = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad \text{自然頻率}$$

$$\zeta = \frac{B}{2\sqrt{KM}} \quad \text{阻尼比}$$

若假設PZT薄膜僅受到第1方向的應力，而在其他方向的應力(T2、T3、T4、T5及T6)均為零，且當外加電場為零時，根據壓電方程式可求出PZT薄膜所產生之電荷為：

$$Q = d_{31}b \int_0^{l_p} T_1 dx = \frac{3d_{31}bEhl_p z_s}{l^2} \left(1 - \frac{l_p}{l} \right) \quad (5)$$

若在四根懸樑的上方各鍍上一層PZT薄膜，且將此四層PZT薄膜並聯在一起，則振動質塊單位位移所產生之總電荷將為四倍，振動質塊單位位移PZT所產生的電荷為：

$$K_q = \frac{12d_{31}bEhl_p}{l^2} \left(1 - \frac{l_p}{l} \right) \quad (6)$$

(2)電性轉移函數(G_e)，主要是給定感測器輸出電壓 e_o 與振動質塊和感測器本體間的相對位移 z_s 的關係。典型壓電轉換器(PZT Transducer)的系統之電性轉移函數如下[8,pp.261]：

$$\frac{e_o}{z_s}(D) = S_e \cdot \frac{\tau D}{\tau D + 1} \quad (7)$$

$$\text{其中 } S_e \equiv \frac{K_q}{C} \quad \text{電性敏感度}$$

$$\tau \equiv RC \quad \text{時間常數}$$

$$R \quad \text{為轉換器電路之等效電阻}$$

$$C \quad \text{為轉換器電路之等效電容}$$

結合式(4)與式(7)即可得到懸樑式壓電薄膜微加速度計的系統的轉移函數：

$$\frac{e_o}{\ddot{z}_i}(D) = \frac{3Md_{31}l_p \left(1 - \frac{l_p}{l} \right)}{h^2 C} \cdot \frac{\tau D}{\tau D + 1} \cdot \frac{w_n^2}{D^2 + 2\zeta w_n D + w_n^2} \quad (8)$$

3.1.3 參數設計的考量

感測器之敏感度與懸樑之各部尺寸、PZT薄膜的壓電常數 d_{31} 、振動質塊的質量 M 及總電容 C 有關。其中以懸樑的厚度 h 對加速度微感測器之輸出敏感度影響最大。雖然減少懸樑之厚度可增加敏感度，但反而

減少了應用頻寬。因此，設計時應權衡特性需求來選擇這些參數。

壓電式加速度感測器之頻率響應若以5%作為容差時，其公稱應用頻寬則介於 $3/\tau$ 與 $w_n/5$ 之間，如圖5所示。低頻響應主要受限於壓電轉換元件中放大電路介面的時間常數 τ ，通常可藉由高阻抗的電壓或電荷放大器來改善；而高頻響應則受限於機械系統設計之固有共振頻率 w_n 。而整個加速度感測器的敏感度主要受到材料壓電特性和放大電路介面 K_q/C 及機械結構設計 M/K 所控制。另外，在元件製造上無法避免的誤差，將造成頻率響應曲線的偏移，影響加速度感測器的準確性。因此，在感測元件設計上應一併考慮這些問題。

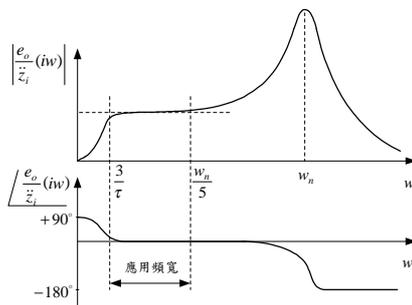


圖 5 加速度感測器之頻率響應

產品生命週期的差異性造成設計參數值的偏移，這些偏移的主因來自於製造誤差、使用環境差異及參數本身隨時間的改變。微感測器的準確性與重複性受微結構的幾何尺寸與材料特性所影響，而微之尺寸誤差主要來自於微影過程[6, pp.38]，包括微影轉換誤差(Lithographic Transfer Errors)與微細加工誤差(Micromachining Errors)。

3.2 電腦輔助模擬分析

為了驗證所建立系統模式的正確性，本文以 ANSYS 5.3 有限元素分析軟體來進行加速度微感測器之結構自然頻率與機械系統頻率響應模擬分析，並以一數值例來比較由理論推導值及 ANSYS 計算之結果。

假設加速度微感測器之各部尺寸如表 1，而 PZT 薄膜的長度 l_p 設定為懸樑長度 l 之一半，薄膜上所承受之應力皆為同向，可產生較大之增益。懸樑及質塊所使用之材料為矽(Si)；壓電薄膜為鋳鈦酸鉛(PZT)；上、下電極為白金(Pt)。另外，假設 PZT 薄膜之厚度 h_p 為 $0.3\mu\text{m}$ ；電極層之厚度 h_e 為 $0.02\mu\text{m}$ ；系統之阻尼比 ζ 為 0.02 。

雖然以 ANSYS 分析可較本文提出之系統模式更近似於實際模型，但在分析計算上較為費時。因此，由表 3 可看出本文所提出的簡化模式，具有相當的準確性可方便地用來估計加速度微感測器之機械行為。

表 1 感測器微結構之各部尺寸

懸樑長度 l	400 μm
懸樑寬度 b	200 μm
懸樑厚度 h	15 μm
質塊邊長 l_M	800 μm
質塊厚度 h_M	300 μm

表 2 結構自然頻率比較

	公式計算	ANSYS	差異 %
自然頻率 f_n	25654Hz	25742Hz	0.342

表 3 理論模式與 ANSYS 之機械響應比較

頻率 Hz	公式計算 $\times 10^{-11} \text{ m/m/s}^2$	ANSYS $\times 10^{-11} \text{ m/m/s}^2$	差異 %
100	3.8491	3.84293	0.1603
300	3.8495	3.84339	0.1587
500	3.8505	3.84432	0.1605
1000	3.8549	3.84867	0.1616
3000	3.9023	3.89569	0.1694
5000	4.0008	3.99328	0.1880

3.3 設計穩健化[9,11]

微感測器因其尺寸微小化的緣故，其尺寸誤差所造成的性能差異將更加可觀。另一方面，材料機電特性也會有相當的誤差不僅影響機械結構也將造成放大電路設計性能的變異，因此在電路控制上也應考慮到設計穩健化。本文將針對機械結構各部尺寸及楊氏模數的誤差變異為例，以田口品質工程法[7]進行設計穩健化。圖 6 為加速度微感測器之機械結構，其中矽結構體 x 及 y 方向之楊氏模數 (Young's modulus) 為 $1.69 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ 、柏松比 (Poisson's ratio) 為 0.0625 、密度為 2330 kg/m^3 。壓電薄膜的機電性質假設與 Zr/Ti 比值為 52/48 的塊狀 (bulk) PZT 相似， $d_{31} = -93.5$ 。而上下電極採用白金(Pt)。

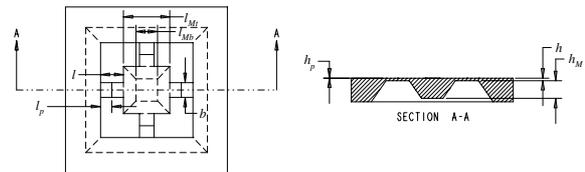


圖 6 加速度微感測器之結構

初始設計之各部尺寸如表 1 所示，其中由圖 3 可知 PZT 薄膜的長度 l_p 設定為懸樑長度 l 之一半。本文主要在論證以參數設計方式於微感測器結構之穩健化設計的可行性，因此部份的參數均為假設的參考值：放大電路之總電容 $C=10\text{pF}$ 、電阻 $R=10^{10}\Omega$ ；壓電薄膜的機電性質假設與 Zr/Ti 比值為 52/48 的塊狀 (bulk) PZT 相同；PZT 薄膜之厚度 h_p 為 $0.3\mu\text{m}$ ；電極層之厚度 h_e 為 $0.2\mu\text{m}$ ；整個系統阻尼比為 0.02 。

理想加速度微感測器在其適用之頻寬內，其輸入（加速度之振幅）與輸出（電壓之振幅）間之關係為

線性的轉換。換言之，即斜率（感測器轉換增益）保持某一固定值。但在實際製造上，極可能因誤差之存在而呈現分佈現象。因此設計之重點為降低轉換增益對誤差之敏感度，以減少變異分佈的範圍。

影響加速度微感測器機械結構設計的主要控制因子包括：懸梁的長度 l 、懸樑的寬度 b 、懸樑的厚度 h 、振動質塊上方的長度 l_{M_i} 及振動質塊的厚度 h_M 等5個控制因子。在噪音因子方面，為簡化說明，本文只考慮微結構的尺寸公差；材料楊氏模數的不確定性與加速度微感測器之負載頻率的變化，共計7個噪音因子。

田口品質工程以訊號噪音比（Signal/Noise, S/N）來定義其目標函數，此問題本為動態問題，但本文以轉移函數的方式模擬感測器的系統輸出，因此輸出電壓與加速度間的關係由式所定義，所以可簡化為望目型（Nominal-the-best）的設計問題，其目標函數為：

$$S/N = 10 \log_{10} \frac{\mu^2}{\sigma^2} \quad (9)$$

其中 $\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ 平均值

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu)^2$$
 變異數

y_i 為外直交表實驗中第 i 組實驗輸出量測值

n 為外直交表之實驗數目

將各控制因子三水準化，並將初始設計值設定為第二水準，如表 5。假設加速度微感測器的應用頻率 f 介於 5 至 5000Hz 之間，為模擬該範圍之噪音，將頻率因子 $w (= 2\pi f)$ 予以四水準化。而其餘的噪音因子為實際製造之誤差分佈，予以二水準化，如表 4。由於本文並未實際製造量測誤差值，故表中之誤差分佈均為假設值。

表 4 噪音因子之水準設定

	Level 1	Level 2	Level 3	Level 4
w	31.416	10493	20954	31416
Δl	-1.0	1.0		
Δb	-1.0	1.0		
Δh	-0.8	0.8		
Δl_{M_i}	-1.0	1.0		
Δh_M	-0.3	0.3		
ΔE	-2.0	2.0		

單位： w 為 rad/sec； ΔE 為 Gpa；其餘為 μm

田口方法的實驗計劃是將控制因子配置於內直交表。並且將噪音因子配置於外直交表，用來模擬該設計在製造及使用環境下所可能產生的參數變異。經由因子分析後可知，本實驗具有5個三水準之控制因子，因此選擇 $L_{18}(2^1 \times 3^7)$ 直交表為內直交表，其實驗配置如表 5。而噪音因子共計有1個四水準及6個二水準因子，因此利用行合併法（Column merging method），選用 L_{16} 直交表的第4至9行並將第1、2行及其交互作用

行（第3行）合併為1行四水準，以作為外直交表。

表 5 內直交表之實驗配置

	l	b	h	l_{M_i}	h_M	mean	S/N
1	300	180	10	700	250	1.1434	15.5038
2	300	200	15	800	300	0.7720	19.1410
3	300	220	20	900	350	0.6313	21.5853
4	400	180	10	800	300	3.2188	14.0685
5	400	200	15	900	350	1.9936	18.5755
6	400	220	20	700	250	0.5266	21.6968
7	500	180	15	700	350	1.5987	18.5210
8	500	200	20	800	250	1.1545	21.3503
9	500	20	10	900	300	7.4810	10.7328
10	300	180	20	900	300	0.5961	21.5888
11	300	200	10	700	350	1.2603	15.4802
12	300	220	15	800	250	0.7157	19.1983
13	400	180	15	900	250	1.7218	18.6565
14	400	200	20	700	300	0.5587	21.6415
15	400	220	10	800	350	3.3485	14.3853
16	500	180	20	800	350	1.3052	21.1525
17	500	200	10	900	250	6.8572	10.6950
18	500	220	15	700	300	1.5362	18.7450

根據內直交表18組的設計變數組合，分別在外直交表16種模擬噪音情況下，利用(13)式計算出加速度微感測器之增益(Gain)大小值，接著計算出各組之平均值及S/N，如表 5所示。各因子對mean及S/N之總效果圖，如圖 7及圖 8所示。

一般控制因子對輸出之影響性可分為四類。其中第Ⅲ類之因子對輸出之mean有影響而對S/N沒有影響，即所謂的調整因子。由先前的分析，因子 l 及 l_{M_i} 雖對輸出mean及S/N皆有影響，但相較於其它因子其S/N影響不大，所以可將此二因子視為調整因子。

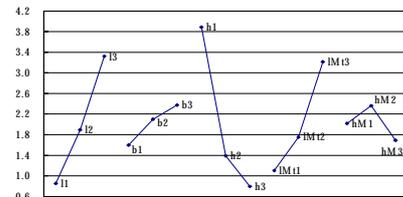


圖 7 各因子對 mean 之總效果圖

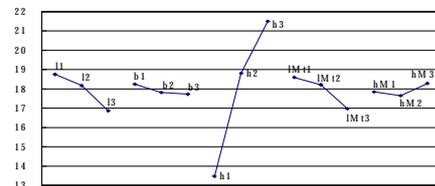


圖 8 各因子對 S/N 之總效果圖

為比較穩健設計在輸出變異上之改善，本文以初始設計之輸出平均值 $\text{mean} \cong 1.385 \text{ mV/m/sec}^2$ 為目標輸出值。因子 l 及 l_{M_i} 作為調整因子，將穩健化設計輸出的平均值調整至目標值，其他的因子水準則設定在S/N最大化的水準。調整後之穩健設計因子設定為：

表 6 感測器微結構之穩健設計

Control Factors (μm)				
l	b	h	l_{M_i}	h_M
442	180	20	900	350

3.4 結果比較

由實驗分析找出穩健化設計之後，可以加成本法模式(Linear Superposition Model)[7]來預測各水準組合下的輸出訊噪比。以驗證實驗計劃的改善與正確性。最後針對初始設計及穩健設計進行確認模擬實驗。以這兩種設計變數組合，在同樣的噪音影響下，計算其輸出增益大小及其統計資料，下表微加法模式的預測質及確認實驗之比較結果。

表 7 初始設計及穩健設計的 S/N 比較

S/N	預測	實際計算
初始設計	18.7027	18.8627
穩健設計	21.2203	21.1697
改善	2.5176	2.3070

經由上述比較之結果發現，以參數設計而得的穩健設計可較初始設計降低其對誤差之敏感度。穩健設計較初始設計有2.307dB的改善，圖 9及圖 10分別為初始與穩健設計的頻率響應分析，圖中的箭頭範圍代表在特定頻率下，微感測器因受製造誤差影響其輸出性能之變動範圍。在相同的製造變異下，穩健設計在量測的增益標準差方面，較初始設計改善了23.4%，顯示穩健化設計降低了感測器增益對製造與負載變異的敏感度。而由其預測值與實際計算值間微小的差異，可驗證實驗計劃推論結果的正確性。而設計改善的幅度可以反覆實驗最佳化的方法再予以提高。

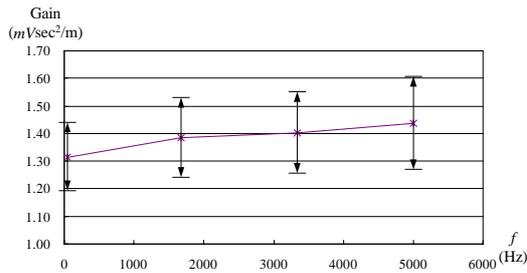


圖 9 初始設計之輸出性能分佈

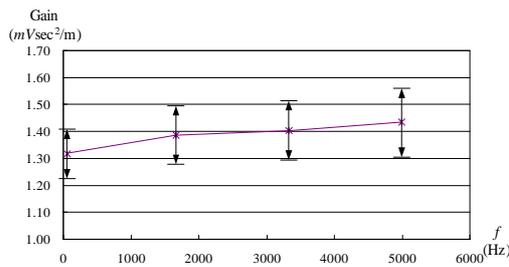


圖 10 穩健設計之輸出性能分佈

四、結果與討論

本文已提出壓電薄膜加速度微感測器之系統模式，以四根對稱懸樑支撐振動質塊之機械結構為例，探討各個參數間的互動與輸出特性間的關係。文中並以一數值例，分別以所推導之機械模式及有限元素軟體ANSYS分析計算感測器微結構的自然頻率及機械頻率響應，然而最大之差異小於0.5%，驗證了機械系統模式之正確性。並進行感測器微結構之設計穩健化。文中說明了製造變異對微感測器正確性之影響，為減少微感測器輸出響應對誤差之敏感度，應用田口品質工程法中的參數設計來進行加速度微感測器機械結構之設計穩健化。量測的增益標準差方面，較初始設計改善了23.4%，顯示微感測器設計穩健性的可行性。未來可結合電路設計與有限元素模擬，進行更完整的設計分析。

參考文獻

- [1] Polla D. L., and Francis L. F. (1996), "Ferroelectric Thin Films in Microelectromechanical Systems Applications", *MRS Bulletin*, pp. 59-65.
- [2] Okuyama M. (1998) "Microsensors and Microactuators Using Ferroelectric Thin Films", *IEEE International Symposium on Micromechanics and Human Science*, pp. 29-34.
- [3] Kloeck B., Collins S. D., de Rooij N. F., and Smith R. L. (1989) "Study of Electrochemical Etch-Stop for High-Precision Thickness Control of Silicon Membranes", *IEEE Trans. Electron Devices*, Vol. 36, No. 4, pp. 663-669.
- [4] Fricke J., and Obermeier E. (1993) "Cantilever beam accelerometer based on surface micromachining technology", *J. Micromech. Microeng.*, Vol. 3, pp. 190-192.
- [5] Plaza J. A., Esteve J., and Lora-Tamayo E. (1998) "Simple technology for bulk accelerometer based on bond and etch back silicon on insulator wafers", *Sensors and Actuators A*, Vol. 68, pp. 299-302.
- [6] Sze S. M. (1994), *Semiconductor Sensors*, John Wiley & Sons, Inc.
- [7] Phadke M. S. (1989), *Quality Engineering Using Robust Design*, Practice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, USA.
- [8] Doebelin E. O. (1990), *Measurement Systems Application and Design*, McGraw-Hill, 4th ed.
- [9] Yu, J. and Lan, C. (1999), "System Modeling and Robust Design of Microaccelerometer Using Piezoelectric Thin Film", *Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems*, Taipei, ROC., pp. 99-104. (NSC 88-2216-E-011-013)
- [10] 藍慶斌、余志成(1999), "壓電薄膜加速度微感測器之系統模擬分析"將發表於中華民國力學學會八十八年度年會暨第二十三屆全國力學會議
- [11] 藍慶斌、余志成(1999), "壓電薄膜加速度微感測器之設計穩健化"將發表於中國工程學會第十六屆全國學術研討會