

參數變異模態對極值合理性之影響與最佳化策略

張政雄 余志成

機械工程技術研究所
國立台灣科技大學

NSC 86-2212-E-011-011

摘要

本文研究最佳化過程中因設計變異而造成的輸出值偏移與設計限制 (Design Constraint) 的不確定性，並採用二階段最佳化的方法以求得最佳設計的穩健合理化。文中首先分析參數變異的成因與變異模態模式的推導，進而針對傳統公稱最佳設計因設計參數變異所造成的限制條件不確定性作了詳細的探討，並利用參數變異模態修正設計限制條件與合理設計區，以確保最佳設計在有效限制條件上的合理性。而後根據所提之修正方案，撰寫交談視窗式的穩健最佳化軟體 ROP。

關鍵字：參數變異模態、限制條件不確定性、統計最佳化、穩健化設計

前言

產品在製造、組裝與操作的過程中，因製造公差與使用環境的變化而造成控制參數偏離原先設計值，我們稱之為生命週期參數變異 (Life-cycle parameter variation)，這些變異導致設計輸出性能的分佈。高品質的設計必須面對這些變異並同時滿足某些重要的性質如低成本、輕量化與高效率等。傳統式的方法往往採用公差設計來控制輸出變異，不僅增加製造成本，而非控制因子的存在，仍會造成輸出性能的不穩定，部分工程師在最佳化設計後進行敏感度分析 (Vanderplaats, 1984)，而近年來的文獻逐漸地將重要的製造因素及環境變異數放在設計初期階段，在設計最佳化的同時降低輸出對變異的敏感度。穩健化設計運用參數設計，降低產品對參數變異的敏感度，以不增加成本的方式提昇品質，使研發產品在生命週期中都能保有穩定之性能。

參數的變異將會被傳遞至設計目標，造成目標函數值和限制條件的不確定性，參數的變異分佈也將造成目標函數的統計分佈，而穩健化設計的目的就是在於減少參數變異量的

傳遞。d'Entremont 和 Ragsdell (1988) 與 Chang (1989) 應用田口方法的概念修改非線性搜尋中的目標函數，將設計性能變異量加入目標函數的定義中，使搜尋結果不僅達到性能的最佳化而且具有相當穩健性。

然而穩健化設計過程中參數變異的結果造成設計變數在有效限制條件 (Active Constraint) 的不確定性，致使設計目標值落入不合理區域。為解決這個問題，部分文獻 (Parkinson, 1993) 採用二階段最佳化方式，以安全係數或應用最差狀況 (Worst-Case) 配合泰勒展開式的方法估計參數變異對輸出與設計限制造成的偏差，用以調整極值的位置，使設計往合理區域內部移動，以避免違反限制條件，但可能因過度保守而失去設計最佳化的特性。若是設計系統有強烈的非線性，或是參數變異之間具有關聯性時，其最佳化設計的準確性便受到影響。Yu 與 Ishii (1994) 提出利用參數間因製造程序而產生的製造變異模態來估計設計輸出的穩健性與修正限制條件合理性，取代泰勒展開式高階交互作用項計算的繁複。本文目的在於研究參數變異模態 (Parameter Variation Patterns) 的分佈及其在穩健最佳化設計中對設計合理性的影響，並分析參數變異造成設計限制的不確定量，藉以修正設計的合理區域，使得設計分佈在滿足限制條件的同時，仍能保有性能的最佳化與穩健性。

穩健最佳化

穩健最佳化概念

傳統最佳化只考慮目標函數的最佳公稱值，忽略因製造及操作環境所造成的函數誤差。以單一參數 x 的函數為例，參數 x 通常包含因製造所產生的統計變異。由圖 1 可知，傳統最佳化方法認為 P 點是最佳設計點，然而在實際應用中，對於大量生產過程，參數 x 往往呈統計常態分佈於 μ 和 σ 之間，而相對的目標

函數變動是相當大的。傳統的品質管制方式常以緊縮 x 的公差來控制目標函數的變異，然而較精密的公差將造成較高的控制成本。相較之下，如果我們將目標設計點移至 R 點，對於相同的 x 分佈下，性能輸出值 y 對參數誤差的敏感度遠較 P 點小得很多，儘管在 R 點的公稱目標值也許不是最小，但跟 P 點設計點比較起來， R 設計點較穩健具有較好的整體品質！

穩健最佳化使用非線性規劃配合目標函數的修正，使所搜尋的設計兼具最佳化與穩健性，同時須考慮因參數變異造成限制條件的不確定性，因此穩健最佳化設計需同時考慮兩個層面：

- (1) 設計性能穩健化 (Performance Robustness)：降低設計對變異的敏感度。
- (2) 設計合理穩健化 (Feasibility Robustness)：在變異下需保證設計仍在合理區間。

圖 1 公稱最佳設計 P 與穩健最佳設計 R

性能穩健化 (Performance Robustness)

一般文獻最常使用修正目標函數來達到性能輸出穩健化的效果。機率最佳化以輸出的期望值作為目標函數，將設計參數和限制條件的不確定性導入最佳化搜尋的過程中(Siddall, 1984)。

(1)

為 X 的機率函數

然而機率最佳化需先求知聯合機率密度函數 (Joint probability density function) ，但通常 的取得相當困難，即使聯合機率密度函數已知，估計期望值的積分計算仍是非常繁複。而機率最佳化方法僅考慮最佳化輸出的期望值，忽略了輸出變異大小，並不保證是穩健化設計。

Taguchi(1979)採用實驗直交表並提出了訊噪比 (Signal/Noise, S/N) 來量化噪音 (參數變異) 對訊號 (性能輸出) 的影響，以搜尋訊噪比的極值為目標。Chang (1989) 則使用二階段最佳化的搜尋方法，在第二次最佳化搜尋中應用了田口品質工程方法中的二次損失函數的概念，以各參數變異最差情況組合相對於公稱最佳設計的性能輸出變異的平方和作為目標函數，如公式 2 所示：

(2)

其中 為各參數變異最差情況之第 n 種組合的性能數輸出
 N 為設計參數最差情況組合的組數；即所採用直交表的實驗次數
 為一次最佳化搜尋得知的公稱最佳設計

Taguchi 與 Chang 等人所提出的方法，以縮小設計性能輸出的變異為主要目的，並未直接對性能輸出的期望值作最佳化，無法直接反應出實際的性能輸出值。Sundaresan 等人 (1991) 則採用了田口品質工程中二次損失函數的觀念，提出敏感度指數 (Sensitivity Index, SI) 來量化設計性能輸出對參數變異的敏感度。在求得公稱最佳設計後，於二次最佳化過程中修正目標函數，以公稱輸出與 SI 的權重和組成新的目標函數 (公式 3)。

(3)

其中 為產品設計時對最佳化程度與穩健化程度比例指數，
 α 為性能輸出的公稱值

為各參數變異最差情況之第 n 種組合的性能數輸出
 為設計參數最差情況組合的組數；即所採用直交表的實驗次數

Yu & Ishii (1993) 則利用統計分佈的最差情況的概念，以期望值與標準差的權重和作為目標函數 (公式 4)，並以高斯積分點因子實驗模式來估計期望值與輸出標準差。

(4)

其中 EP 為性能輸出平均期望值 的估計值
 DI 為性能輸出標準差 的近似值
 為品質性能指數

合理穩健化 (Feasibility Robustness)

在有限制條件最佳化搜尋過程中，公稱最佳設計往往都在部分限制條件上，而設計參數常會因製造、磨耗及操作環境變化產生誤差，當設計參數的變異被傳遞至限制條件函數時，將造成的限制條件的不確定性（圖 2），使得公稱最佳設計可能落在限制條件外的不合理區間；因此在穩健最佳化搜尋過程中，如何將設計內移至合理區域，以包容有效限制條件因參數變異所造成的偏差量，也將是穩健最佳化之另一重要課題。

圖 2 有效限制條件的不確定性

傳統方法常採用安全係數方式來調整設計合理區，此一方法定義模糊易失去設計原有的最佳性質。而一般研究穩健最佳化的學者則建議二階段最佳化方式，以原本的限制條件求出公稱最佳設計，在第二階段最佳化中，將設計參數的變異量加入限制條件內，重新定義有效限制條件，來修正設計參數的合理區域，消除設計合理性因參數變異可能產生的不確定性。Parkinson 等 (1993) 在求公稱最佳設計後，以一次泰勒展開是估計限制條件因參數變異所造成的偏移量（公式 5 與公式 6），用以修正限制條件進行二次最佳化，以確保極值的合理性。

最差情況變異量：

5)

統計變異量：

6)

當 dx 內 g 的變動量近似線性時，則泰勒展開式中二階以上微分項可以省略。但當上述假

設不成立時，由圖 3 可知線性假設所估算的將會有很大的誤差：

圖 3 無強烈與強烈非線性函數之一次泰勒展開式偏差估計

當函數的非線性 (non-linear) 較為明顯而參數間相互獨立 (independent) 時，的泰勒展開式需考慮二階以上微分項。然而若設計參數間存在關聯性即非獨立 (dependent) 時，的估計量尚需考慮參數間的相關性項。

當設計系統其存在強烈的非線性或設計參數變異的相關性時，單用泰勒展開式一次項來估計變異量時，其準確性與穩健性便受到質疑。但如加入泰勒展開式的二次項甚至更高項，整個計算過程將變得相當繁雜，其實用性將大大地降低；本文針對上述問題，在穩健最佳化過程中應用參數變異模態來修正限制條件用以確保設計的穩健最佳性與合理性。

參數變異模態

參數通常因製造與裝配誤差及使用環境的影響而造成各式統計分佈狀態，不同的統計分佈將對應自屬的期望值與變異數²，參數間也將因參數的統計分佈狀況產生各種相關之分佈模態關係，此關係定義為參數變異模態 (Parameter Variation Pattern, PVP)。

不同的設計及製造程序將造成各自獨特的變異模態，此模態可從統計樣本點的分佈來瞭解其參數間相對關係。如圖 4 所示，一般可將參數參數變異模態分成五種：(1)無相關：參數 x_i 的變化不影響 x_j 的分佈情況，彼此間相互獨立，此種模態的分佈形狀通常為正圓形或正橢圓。(2)近正向相關：當參數 x_i 增加時， x_j 將近似隨著 x_i 而增加，反之亦然。(3)完全正向相關：當參數 x_i 增加時， x_j 以某種函數關係隨著 x_i 而增加，反之亦然。(4)近負向相關：當參數 x_i 增加時， x_j 將近似隨著 x_i 而減少，反之亦然。(5)完全負向相關：當參數 x_i 增加時， x_j 以某種函數關係隨著 x_i 而減少，反之亦然。

一直線或曲線。參數間關聯性的存在，將改變 PVP 成為一歪斜橢圓體，橢圓軸的傾斜顯示出參數間關聯性的大小與方向，而設計的穩健性與合理性直接與設計參數的變異模態有密切關係。

對於 p 個參數之變異矩陣 (Variance-covariance matrix) 及相關係數 (Correlation coefficient) 可表為公式 7 及公式 8:

(7)

圖 4 參數間相關性與分佈

大部分在穩健化設計都是使用最差情況 (Worst-case region, WCR) 來模擬這些分佈區間 (Sundaresan, 1993; Emch 與 Parkinson, 1994)，其由各個變數的最差分佈區間交集構成一矩形體的分佈區域，並未考慮實際參數的統計分佈。以兩個獨立設計參數為例，傳統 WCR 使用 Bonferroni method (Rawlings, 1988)，對於兩個單一參數 97.5% 的分佈信賴區間 (Confidence interval)，如圖 5(a) 其所構成的 WCR 將可以換算成 0.95 的總和機率，但並不代表實際百分之九十五的發生機率會分佈在這個區間中。

然而，PVP 代表設計目標值的信賴空間，由參數間的聯合機率所得。我們以 PVP 表示設計參數聯結後的信賴空間， ρ 表示信賴係數，代表模態所包含的機率。PVP 的形狀是由變數的分佈狀態所決定，只有當設計參數為勻一分佈 (uniform distribution) 時，PVP 的信賴空間才會是矩形。然而，一般大量生產過程中各品質特性常假設為常態分佈。當兩個設計變數互相獨立時，PVP 的信賴區間將會是正交橢圓，而信賴係數 $(1-\alpha)$ 則決定了橢圓的大小。圖 5(b) 為兩獨立常態分佈之設計參數的 PVP，相較於同機率的 WCR，二者所包含的區間有明顯的不同。

(a) 最差情況模擬信賴區間 (b) 無交互作用之 PVP

圖 5 最差情況與 PVP 比較圖

參數變異的相關性影響 PVP 的正交性，如果參數變異間存在完全相依關係，PVP 可成為

(8)

應用統計多變數迴歸的方法 (Johnson and Wichern, 1988)，當 X 為常態分配，而其分佈之平均值與變異數已知時， p 個隨機參數的平方和將呈現卡方分配 (χ^2)，而參數 X 將分佈在一個橢圓體內。

(9)

此區間範圍包含有 $1-\alpha$ 之機率 (或信賴度)

不同的信賴度 $(1-\alpha)$ 與關聯性 ρ 將形成各種分佈形狀與範圍。當二元常態分佈參數 x_1 與 x_2 相互獨立時 (即 $\rho=0$)，PVP 為一正向橢圓，其變異模態對於不同信賴度，相當於不同機率密度等高線如圖 6:

圖 6 二元常態分佈之參數的機率密度等高線圖

對於近十年來的新興近型製造程序而言，變數間的獨立關係也可能隨製程特性而改

變。以塑膠射出成形鏡片為例，我們在同一工作環境條件所射出的成品中取 15 個樣本，在樣本鏡片正反面上各佈 36 個量測點（如圖 7），並以三次元量床量測該些點的座標，再以迴歸的方式求出該面的曲率半徑。

將此樣本之正反面曲率半徑做統計分佈及關聯性分析：由圖 8 可明顯的看出，正反面的曲率半徑因射出成型製程而造成參數間的負向關聯性。

圖 7 鏡片佈點示意圖

圖 8 塑膠鏡片正反面曲率半徑之 PVP

參數變異模態與限制條件之穩健化

本文採用二階段穩健最佳化策略，第一階段以傳統最佳化搜尋，找出公稱最佳設計，第二階段由公稱最佳設計做統計分析求得參數變異模態，再將參數變異模態沿著限制條件相切滑動，橢圓體中心點自由度方向所構成的軌跡方程式即定義為穩健化限制條件(如圖 9)，再以穩健化限制條件與原有的目標函數做第二次最佳化搜尋。如此在新的限制條件內所得的最佳設計將可確保其合理性，而合理性的信賴度將大於相對的參數變異模態的信賴係數。

圖 9 PVP 修正有效限制條件

以泰勒展開式修正有效限制條件，在公稱最佳值的函數梯度方向移動固定修正量，整個限制條件只有做單純的移動，並未隨著限制條件上的點移動而改變，如果要做全部點的修正，這將是非常耗時及困難。當參數間存在相關性時，固定修正量的誤差會更明顯。利用參數變異模態來修正有效限制條件，因變異模態橢圓體隨著參數值而改變與限制條件的相切點，其修正量也隨之改變。

本文將針對如何將 PVP 應用在最佳化搜尋中，以解決限制條件不確定性所造成的不穩定設計，以下列方案分類加以探討。

修正限制函數之封閉函數正解法：

使用二階段最佳化方式，先第一階段傳統最佳化搜尋，求出公稱最佳設計，再以 PVP 求得穩健限制條件，作第二階段最佳化搜尋：

(10)

其中 ∇ 為梯度運算子

μ 為變異模態橢圓體中心點

i 為第 i 個限制條件

p 為第一次搜尋所得之公稱最佳設計

Σ 為參數變異矩陣

本方案適用於單純之限制條件，但若限制條件為複雜函數時，修正限制條件的計算將會是十分複雜，可能因此無法求得封閉型態 (closed-form) 解，如此參數變異模態在最佳化的實用性將受到影響。

修正限制函數之線性近似法：

在第一階段最佳化搜尋後，於公稱最佳設

計點將限制條件線性化(公式 11)，再由參數變異模態方程式與線性化的限制條件相切滑動，橢圓體中心自由度方向所構成的函數即為穩健限制條件的線性近似函數(圖 10)，再以穩健限制條件作第二階段最佳化搜尋。本方法可簡化複雜的數學聯立方程式計算過程，方便應用於最佳化搜尋中，但需假設參數變異模態範圍相對於最佳值很小，或限制條件在公稱最佳值附近範圍的非線性不強烈，否則線性近似方式所得的修正設計在參數變異的情形下仍可能失去其合理性。

(11)

圖 10 線性近似之穩健限制條件

移動限制函數修正法：

在第一階段傳統最佳化搜尋求得公稱最佳設計後，由公稱最佳值得到參數變異模態的函數，直接將 PVP 公式視為一等式限制條件，加入限制條件集合內，如公式 12，再作第二階段最佳化搜尋(如圖 11)。

圖 11 PVP 直接搜尋方式

(12)

但在絕大多數最佳化搜尋方法中，都無法處理移動的等式限制條件，我們可將移動的等式限制條件以有限的 PVP 邊界點來近似，本文稱之鑽石式參數變異模態(Diamond Parameter Variance Pattern, DPVP)，舉例說明之：當最佳化搜尋每給定一搜尋值時，此時由 PVP

公式變數間以每隔 方式產生一邊界點，如二元變數時將會產生 8 個邊界點，在由此 8 個邊界點與搜尋點

成為原限制條件判斷點。此方法可直接將 DPVP 加入限制條件集合中做最佳化搜尋，可以免去限制條件線性化與求取穩健限制條件等計算；但由於此方法採用佈點方式來趨近參數變異橢圓體，限制條件函數計算次數將隨佈點數等比增加，為確保應用效率其佈點方法有待進一步探討。

電腦輔助穩健最佳化設計與應用例

穩健最佳化程式 ROP

我們根據所述方案二，採用 Mulimedia ToolBook(1994)視窗介面撰寫程式結合傳統最佳化搜尋軟體 DOT(Vanderplaats, 1993)，發展出穩健最佳化程式 ROP，以提高穩健最佳化的實用性與方便性。整個程式流程架構圖如圖 12：

螺旋彈簧之設計應用例

某一彈簧受一定負荷 F 與一交變負荷力，彈簧受定負荷時長度由自由長 壓縮至，而 所造成的最大變動壓縮量為。試設計出螺旋彈簧使其在變動壓縮量 所能承受的最大變動負荷。彈簧設計變數定義如下：

- n ：彈簧圈數
- d ：彈簧線徑
- ：彈簧自由高度
- D ：彈簧公稱直徑
- ：定負荷時彈簧高度
- ：交變壓縮量
- ：彈簧壓緊之高度
- ：彈簧壓緊所需負荷

圖 15 彈簧設計示意圖

為簡化問題便於圖示搜尋步驟，我們給予下列限制條件以簡化問題：

- 自由高度
- 定負荷時彈簧高度
- 彈簧公稱直徑 $D=20mm$
- 變動壓縮量
- 彈簧外徑
- 安全係數

此彈簧設計的最佳化問題可表示成下列形式(Faires, 1965)：

Max

Subject

圖 12 程式流程圖

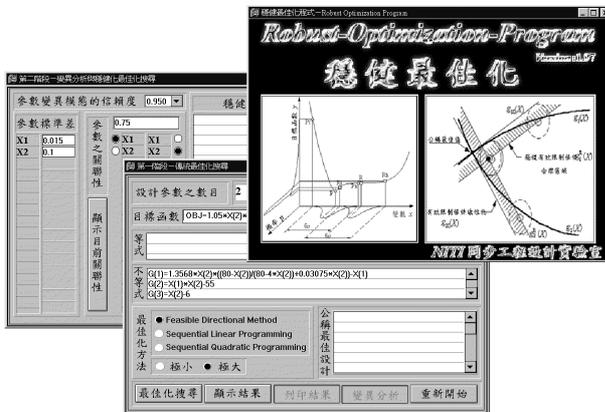


圖 13 ROP 軟體

在第一階段最佳化搜尋，我們採用 Feasible Direction Method 求得目標函數值： kg ，而公稱最佳設計為： $n=10.348$ 、 $d=5.3152mm$ 。彈簧因製造與環境變化所造成的參數分佈標準差估計為：

圖、 mm 。

假設彈簧在製造與環境溫度變化下造成圈數 n 與彈簧線徑 d 有 0.75 相關性時，我們以 PVP (0.95) 求得穩健最佳解，並與公稱最佳設計及 Parkison 的方法作比較，其中我們在各設計點以蒙地卡羅的模擬方法求出當參數具有上述分佈特性時，落在不合理區的機率 (表 1)。

由表 1 可得知公稱最佳設計未考慮限制條件的不確定性，雖然具有最大的目標值，但會有 47% 的實際設計分佈落入不合理區，而本文所提出的方法能修正 Parkinson 方法所不能估計之參數間交互作用的影響性，在參數有關連性下，雖然 ROP 所得之目標函數較 Parkinson 的方法小了 1.7%，但其不合理機率比 Parkinson 小了 42%，由此驗證我們的方法以最少的性能損失換取較高的穩健性。以參數變異模態修正限制條件的不確定性方法，消除了安全係數使用的模糊性及一次泰勒展開式估計的缺失，更能保有最優化的特質。

| 設計值 \ 方 | 公稱最佳設 | Parkison | ROP |
|---------|--------|----------|--------|
| | 10.347 | 10.312 | 10.31 |
| | 5.3153 | 5.0913 | 5.0700 |
| OBJ | 80.997 | 68.413 | 67.24 |
| 不合理機率 | 0.4709 | 0.0114 | 0.0066 |

表 1 在參數關聯性 下的結果比較

結論

本文在最佳化過程中結合因製造、操作誤差與環境改變所造成的參數變異模態以尋求最佳設計的穩健合理性，一方面針對設計參數間的變異分佈情況與描述公式作詳細介紹，同時也將參數變異模態應用在有限制條件的穩健最佳化過程中，分別提出三種公稱設計值在有效限制條件修正方案。本文根據所提出的方法撰寫出一套穩健最佳化應用程式 ROP，並以彈簧設計例來作分析與比較，驗證所提方法的可行性與優點。

誌謝

本研究蒙國科會編號 NSC 86-2212-E-011-011 計畫經費輔助，僅此誌謝。

参考文献

- Chang, H. (1989) , “Design for Minimal System Performance Deviation.”, *Proceedings of the 1989 ASME International Computers in Engineering Conference and Exposition*, Anaheim . CA, p.495-501
- d’Entremont, K.L. and Ragsdell, K.M(1988) , “Design for Latitude Using TOPT.”, *ASME Advance in Design Automation*, DE-Vol. 14, p.265-272
- Emch, G. and Parkinson, A. (1994) , “Robust Optimal Design for Worst-Case Tolerances”, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 116, p.1019-1025
- Faires, V.M. (1965), *Design of Machine Element*, 4th ed., Macmillan
- Johnson, R. A. and Wichern, D. W. (1988) , *Applied Multivariate Statistical Analysis*, Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice-Hall
- Multimedia ToolBook* Version 3.0a(1994) Asymetrix Corporation
- Parkinson, A. , Sorensen, C., and Pouhassan, N. (1993) , “A General Approach for Robust Optimal Design.”, *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 115, p.74-80
- Rawlings, J.O. (1988) *Applied Regression Analysis, A Research Tool*. Wadsworth, Inc. Belmont, CA.
- Siddall, J. N. (1984) , “A New Approach to Probability in Engineering Design and Optimization.”, *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, 106, 5-10
- Sundaresan, S. , Ishii, K. , and Houser, D. R. (1991) , “A Procedure Using Manufacturing Variance To Design Gears With Minimum Transmission Error”, *ASME Journal of Mechanical Design* , Vol. 13, p.318-324
- Sundaresan, S. , Ishii, K. and Houser, D. R.(1993) , “A Robust Optimization Procedure With Variations on Design Variables and Constraints”, *Proceedings of 1993 ASME Advance in Design Automation Conference*. September 20-22, 1993, Albuquerque, NM. Vol. 65-1,p.379-386
- Taguchi, G. and Wu, Y. (1979) , *Introduction to Off-line Quality Control.*, Tokyo, Japan: Central Japan Quality Control Association.
- Vanderplaats, G. N. (1984) , *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design with Application.*, McGraw Hill
- Vanderplaats, Miura & Associate (1993) , *Dot User Manual* , Version 4.0, VMA Engineering
- Yu, J. and Ishii, K. (1993) , “A Robust Optimization Method for Systems with Significant Nonlinear Effects.”, *Advances in Design Automation*, DE-Vol. 65-1, ASME, p.371-378.
- Yu, J. and Ishii, K. (1994) , “Robust Design by Matching the Design With Manufacturing Variation Patterns.”, *Advances in Design Automation*, DE-Vol. 69-2, ASME, 7-14

Influence of Parameter Variation Pattern to Design Feasibility and Robust Optimization Strategy

C.H. Chang
Jyh-Cheng Yu

Department of Mechanical Engineering
National Taiwan University of Science and
Technology
Taipei, Taiwan, R.O.C.

ABSTRACT

This paper addresses the output deviation and the constraint uncertainty in the optimization process due to the variation of design parameters. We analyze the factors of variations and elaborate the formulation of the Parameter Variation Pattern (PVP). The proposed methodology suggests the two-stage optimization to search the Feasible Robust Optimum. We adopt the PVP to modify the feasible design region to accommodate the activity uncertainty due to parameter variation. Our method can be easily applied to designs with parameter correlation. The window application program *ROP* is then proposed for the facilitation of the robust optimization.

Keyword: Parameter Variation Pattern, Statistical Optimization, Constraint Uncertainty, Robust Design