

孔隙對高性能混凝土彈性模數之影響

潘煌鏗, 郭文田, 潘南飛

(高雄應用科技大學土木工程系, 高雄 807)

摘要：利用均值法計算彈性模數的上限和下限範圍得到含球形孔隙之高性能混凝土彈性模數在上限，而孔隙為扁平形狀之彈性模數則偏向在下限區域。高性能混凝土彈性模數對孔隙含量及形狀非常敏感，導致試驗量測之彈性模數與強度變化範圍很大。經比較四種不同配比之高性能混凝土，顯示所提的方法適合來估算高性能混凝土的彈性模數。

關鍵詞：高性能混凝土；孔隙；彈性模數；均值法

一、前言

高性能混凝土(HPC)的力學行為受混凝土組成材料影響，用適當的混凝土配比及骨材加上強塑劑作用，使得高性能混凝土的特性得以發揮。一般而言，混凝土組成材料除考慮骨材和硬化漿體強度外，還有配比關係；另外，混凝土中之孔隙亦是不可忽視的因素。有關混凝土彈性模數的研究，目前 ACI 規範、CEB 規範及大部份研究學者都將注意力放在彈性模數與強度關係上^[1-4]，而不同以往，本文主要是考慮孔隙對高性能混凝土彈性模數的影響。因硬固後之高性能混凝土材質均勻^[5]，故可視為一種雙相複合材料，即高性能混凝土是由固體混凝土為母材(matrix)及孔隙為介質(inclusions)所組成的。

二、孔隙複合材料彈性模數

假設高性能混凝土內部有許多獨立且分佈均勻之橢球形孔隙(ellipsoidal voids)存在，孔隙總體積比為 c_1 ，固體混凝土母材之體積比則為 $c_0 = 1 - c_1$ 。等向性(isotropic)固體混凝土彈性模數用張量 L_0 表示，孔隙彈性模數用張量 L_1 表示（事實上，孔隙彈性模數值可視為 0）。為了能算出高性能混凝土有效彈性模數(effective moduli)，採用 Eshelby-Mori-Tanaka 理論^[6-8]，即利用不含孔隙之比較材料(comparison material)與含孔隙之高性能混凝土的差異，得到高性能混凝土與比較材料(固體混凝土)之間的轉換應變 ε^* 張量為

$$[L_1 - L_0](c_1 + c_0 S) + L_0 \varepsilon^* = -(L_1 - L_0) \varepsilon^0 \quad (1)$$

其中 ε^0 張量為外力作用在比較材料所產生之應變， S 是 Eshelby 張量^[9]。此轉換應變 ε^* 和組成材料性質及含量(配比)有關，且受 S 張量(孔隙形狀、母材柏松比)影響。

因高性能混凝土平均應變 $\bar{\varepsilon} = \varepsilon^0 + c_1 \varepsilon^*$ ，由虎克定律得到高性能混凝土有效彈性模數 L 與應力 $\bar{\sigma}$ 、應變 $\bar{\varepsilon}$ 關係為

$$\bar{\sigma} = L\bar{\varepsilon} \quad (2)$$

因此，由(1)及(2)式可以求得高性能混凝土有效彈性模數 L

$$L = L_0 \{I - c_1 [(L_1 - L_0)(c_1 + c_0 S) + L_0]^{-1} (L_1 - L_0)\}^{-1} \quad (3)$$

其中 I 為四階單位張量(the fourth-rank identity tensor)。因孔隙是均勻分佈在固體混凝土內部，所以高性能混凝土整體可視為等向性材料，經過運算^[10,11]得到含孔隙高性能混凝土的彈性模數為

$$\kappa = \frac{\kappa_0}{1 + c_1(p_2/p_1)} \quad \text{和} \quad \mu = \frac{\mu_0}{1 + c_1(q_2/q_1)} \quad (4)$$

其中 κ 和 μ 分別為高性能混凝土的容積模數(bulk modulus)與剪力模數(shear modulus)，而 κ_0 和 μ_0 則為固體混凝土(不含孔隙)之容積模數與剪力模數。若孔隙為橢球形，(4)式之 p_1 、 p_2 、 q_1 及 q_2 參數為

$$\begin{aligned} p_1 &= q_1 = 1 - c_1 \\ p_2 &= -[(1 + S_{1122} - S_{1111})(1 + S_{2233} - S_{3333}) + (1 + S_{1133} - S_{1111})(1 + S_{3322} - S_{2222}) \\ &\quad + (S_{2211} - S_{3311})(1 + S_{1133} - S_{1122}) + (1 - S_{2222})(1 + S_{3311} - S_{3333}) \\ &\quad + S_{2211}(S_{3322} - S_{3333}) + S_{2233}(S_{3311} - S_{3322}) + S_{3311}] / (3A) \\ q_2 &= [1/(1 - 2S_{1212}) + 1/(1 - 2S_{1313}) + 1/(1 - 2S_{2323})] / 5 \\ &\quad + [(1 - S_{1111})(2S_{2222} + 2S_{3333} + S_{2233} + S_{3322} - 4) + (1 - S_{2222})(2S_{3333} + S_{3311} + S_{1133} - 2) \\ &\quad + S_{3322}(2S_{2233} + S_{2211} + S_{1133}) + S_{3311}(2S_{1133} + S_{1122} + S_{2233}) \\ &\quad + S_{2211}(1 + 2S_{1122} + S_{1133} - S_{3333}) + S_{1122}(1 + S_{2233} - S_{3333})] / (15A) \end{aligned} \quad (5)$$

且

$$A = S_{3333}(S_{1122}S_{2211} - S_{1111}S_{2222}) + S_{3322}(S_{1111}S_{2233} - S_{1133}S_{2211}) + S_{3311}(S_{2222}S_{1133} - S_{1122}S_{2233})$$

因 S 張量的值和孔隙形狀有關^[9]，只要知道孔隙形狀，即可求得 S 張量。所謂橢球形包括球形、長纖維(fibers)和圓盤(disk)等特例形狀，例如，當孔隙形狀為球形時，將球形之 S 張量代入(5)式，則 p_2 和 q_2 可簡化成

$$p_2 = 3(1 - \nu_0) / [2(1 - 2\nu_0)] \quad \text{和} \quad q_2 = 15(1 - \nu_0) / (7 - 5\nu_0) \quad (6)$$

其中 ν_0 為不含孔隙之固體混凝土的柏松比(Poisson's ratio)。由公式(4)和(5)發現，高性能混凝土彈性模數只和固體混凝土的柏松比 ν_0 、孔隙含量 c_1 與形狀有關。本理論方法所求得的高性能混凝土彈性模數為其體積平均值，故簡稱為均值法。

三、高性能混凝土性質

採用漿量比 $n = 1.3$ 編號為 S28、S32、S40 及 C45 之四種高性能混凝土配比^[12]，見表 1。因混凝土內孔隙會隨材齡變化，經抗壓強度試驗及壓汞孔隙(MIP)量測孔隙後^[12,13]，得到高性能混凝土之孔隙 c_1 、彈性楊氏模數 E 與柏松比 ν 的性質，見表 2。表 2 是利用試驗結果之孔隙-強度關係、強度-柏松比關係及強度-楊氏模數關係以迴歸及內差得到的數據，其中配比 S28 有三種孔隙，S32、S40 及 C45 則各有四種孔隙含量。當孔隙含量增加時，這四個配比之高性能混凝土的楊氏模數與柏松比有減少的趨勢。

表 1 高性能混凝土材料配比^[12]

編號	水泥	爐石	飛灰	粗骨材	細骨材	水	強塑劑
S28	418	22	130	824	880	139	20.8
S32	384	20	130	824	880	157	13.5
S40	327	17	130	824	880	183	7.3
C45	450	---	---	788	967	199	3.5

表 2 高性能混凝土的孔隙與彈性模數

編號	S28	S28	S28	S32	S32	S32	S32	S40	S40	S40	S40	C45	C45	C45	C45
c_1 (%)	0.61	0.63	1.24	1.08	1.30	1.93	2.41	1.82	1.97	3.74	4.48	2.06	2.19	3.82	4.22
E (GPa)	50.86	50.34	50.04	48.47	48.27	43.53	42.32	47.41	45.54	39.54	37.62	45.0	44.14	39.37	38.24
V	0.162	0.158	0.155	0.142	0.140	0.107	0.099	0.133	0.12	0.084	0.076	0.116	0.11	0.084	0.078

表 3 不含孔隙之高性能混凝土彈性模數

編號	楊氏模數 (E_0)	柏松比 (ν_0)	容積模數 (κ_0)	剪力模數 (μ_0)
S28	51.47	0.162	25.38	22.15
S32	49.52	0.141	22.99	21.70
S40	49.15	0.132	22.26	21.71
C45	46.87	0.114	20.24	21.04

註：除了柏松比外，單位為 GPa

四、結果與討論

由(4)和(5)式得知，要獲得高性能混凝土的彈性模數必須先知道不含孔隙之固體混凝土的柏松比 ν_0 與孔隙形狀。由表 2 得知，目前知道孔隙含量及高性能混凝土的彈性模數，而等向性材料彈性模數的關係為 $\kappa = E/[3(1-2\nu)]$ 及 $\mu = E/[2(1+\nu)]$ ，因此可以反推求得不含孔隙之固體混凝土的彈性模數 E_0 及 ν_0 。

為了比較理論與試驗結果及減少誤差，選用最小孔隙含量，即四種配比 S28、S32、S40 及 C45 分別用 $c_1 = 0.61\%$ 、 $c_1 = 1.08\%$ 、 $c_1 = 1.82\%$ 與 $c_1 = 2.06\%$ 來模擬結果。假設孔隙為球形，則不含任何孔隙之等向性固體混凝土的柏松比 ν_0 可由(4)及(6)式獲得如下公式

$$\nu_0 = \frac{-[3\sqrt{(6\kappa - 12\mu)^2 c_1^2 + 12(16\mu^2 - 10\kappa\mu - 9\kappa^2)c_1 + (9\kappa + 8\mu)^2} + (4\mu + 3\kappa)c_1 - 4\mu - 57\kappa]}{[20(3\kappa + \mu) - 5(3\kappa - 8\mu)c_1]} \quad (7)$$

因此，由(7)式可求不含孔隙之四種高性能混凝土配比的柏松比及其他彈性模數，見表 3。

依不同孔隙形狀用電腦模擬公式(4)及(5)的結果得知，含球形孔隙之高性能混凝土的彈性模數位在上限區的邊界，而含扁平孔隙(penny-shaped voids)在彈性模數的下限區。因此，利用表 3 的結果，將高性能混凝土含球形孔隙與空間比(aspect ratio)為 0.01 之扁平孔隙的彈性模數繪圖表示，並和表 2 的結果比較，圖 1 到圖 8 分別為 S28、S32、S40 及 C45 的孔隙與彈性模數關係。結果顯示，四種不同配比之高性能混凝土的楊氏模數或柏松比都在其上限和下限的範圍內，且孔隙形狀偏向球形。由

這八張圖之理論模擬得知，高性能混凝土彈性模數對孔隙形狀及含量非常敏感。

五、結論

均值法可以計算不含孔隙之等向性高性能混凝土的彈性模數，且能求得高性能混凝土彈性模數的上限和下限範圍。高性能混凝土內含球形孔隙的彈性模數最高，因此在混凝土成形與製造過程中，嘗試小規模振動或添加適量強塑劑可降低孔隙含量或使孔隙形狀趨近球形時，可以增加高性能混凝土的彈性模數及強度。在與試驗結果比較，顯示均值法可做為估算高性能混凝土彈性模數的參考指標。

誌謝

本研究由國科會 NSC 90-2211-E-151-004 提供經費，謹以表達謝忱。

參考文獻

- [1] Baalbaki, W, Benmokrane, B., Chaallal, O. and Aitcin, P-C, "Influence of Coarse Aggregate on Elastic Properties of High-Performance Concrete," *ACI Materials Journal*, 88 (5), 1991: 499-503.
- [2] Alexander, M. G and Milne, T. I., "Influence of Cement Blend and Aggregate Type on Stress-Strain Behavior and Elastic Modulus of Concrete," *ACI Materials Journal*, 92 (3), 1995: 227-235.
- [3] Khayat, K. H., Bickley, J. A. and Hooton, R. D., "High-Strength Concrete Properties Derived from Compressive Strength Values," *Cement, Concrete, and Aggregates*, 17 (2), 1995: 126-133.
- [4] 李隆盛, 黃兆龍, 陳志南, 高性能混凝土之單軸應力應變行為, *中國土木水利工程學刊*, 10 (4), 1998: 791-794.
- [5] 王和源, 潘煌錕, 東帝士 85 層高性能混凝土(HPC)原型試驗品質評估, 專案研究報告, 信南建設股份有限公司委託, 高雄, 1994.
- [6] Eshelby, J. D., "The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion, and Relation Problem," *Proceeding of Royal Society, London*, A241, 1957: 376-396.
- [7] Mori, T. and Tanaka, K., "Average Stress in the Matrix and Average Elastic Energy of Materials with Misfitting Inclusions," *Acta Metallurgica*, 21, 1973: 571-574.
- [8] Weng, G. J., "The Theoretical Connection Between Mori-Tanaka's Theory and the Hashin-Shtrikman-Walpole Bounds," *International Journal of Engineering Science*, 28, 1990: 1111-1120.
- [9] Mura, T., *Micromechanics of Defects in Solids*, 2/E, Martinus Nijhoff, Dordrecht, 1987.
- [10] Zhao, Y. H., Tandon, G. P. and Weng, G. J., "Elastic Moduli for a Class of Porous Materials," *Acta Mechanica*, 76, 1989: 105-131.
- [11] Pan, H. H. and Weng, G. J., "Elastic Moduli of Heterogeneous Solids with Ellipsoidal Inclusions and Elliptical Cracks," *Acta Mechanica*, 110, 1995: 73-94.
- [12] 李隆盛, 高性能混凝土力學行為分析, 博士學位論文, 國立臺灣科技大學, 台北, 1997.
- [13] 張炳坤, 黃兆龍, 高性能混凝土漿體之微觀特性探討, *技術學刊*, 11 (4), 1996: 441-449.

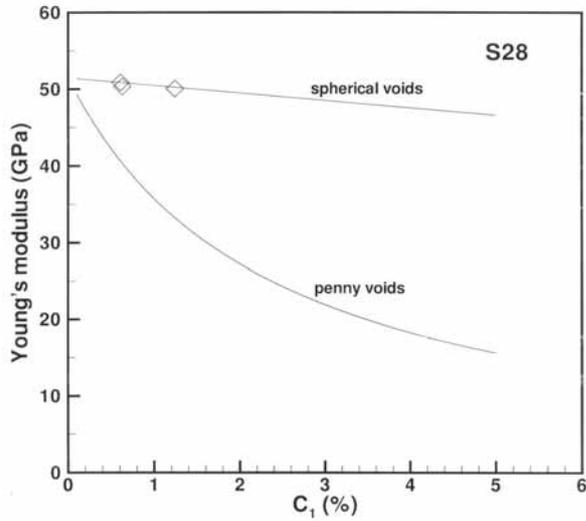


圖 1. S28 配比高性能混凝土之孔隙與楊氏模數

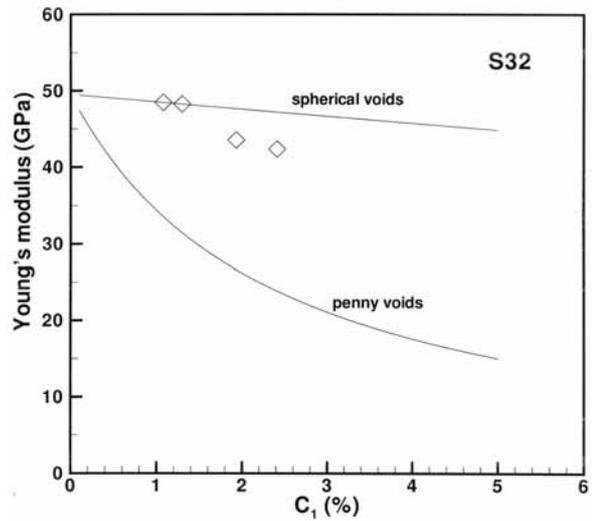


圖 2. S32 配比高性能混凝土之孔隙與楊氏模數

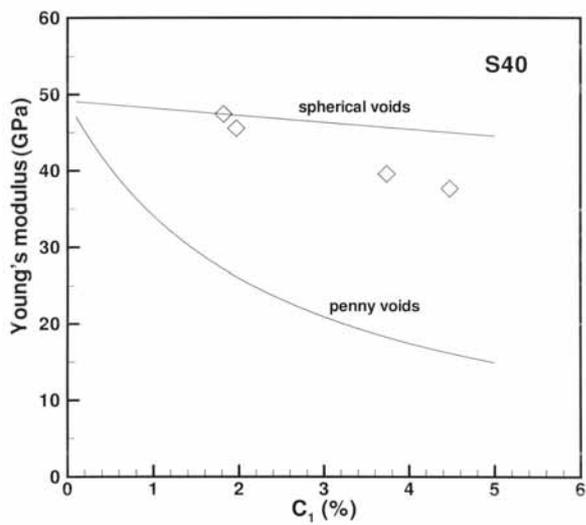


圖 3. S40 配比高性能混凝土之孔隙與楊氏模數

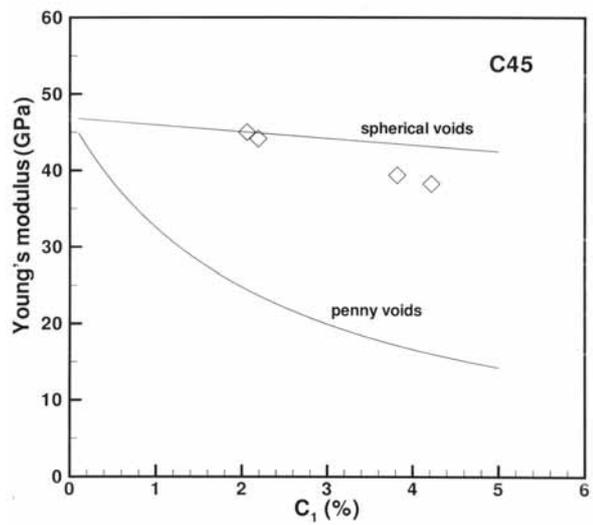


圖 4. C45 配比高性能混凝土之孔隙與楊氏模數

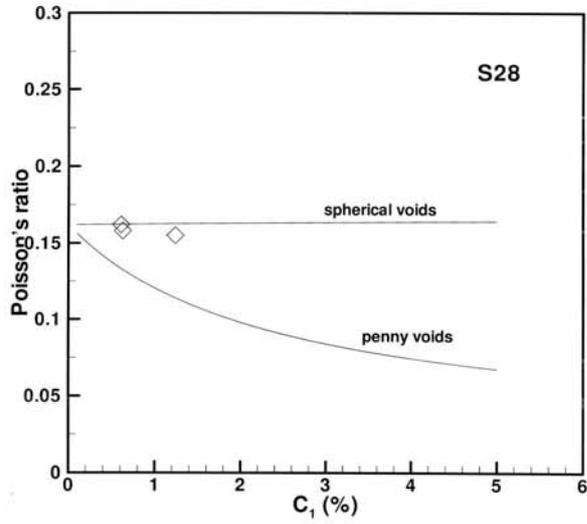


圖 5. S28 配比高性能混凝土之孔隙與柏松比

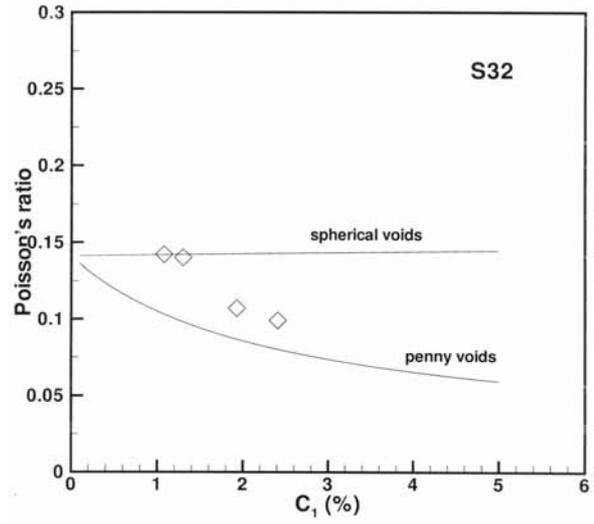


圖 6. S32 配比高性能混凝土之孔隙與柏松比

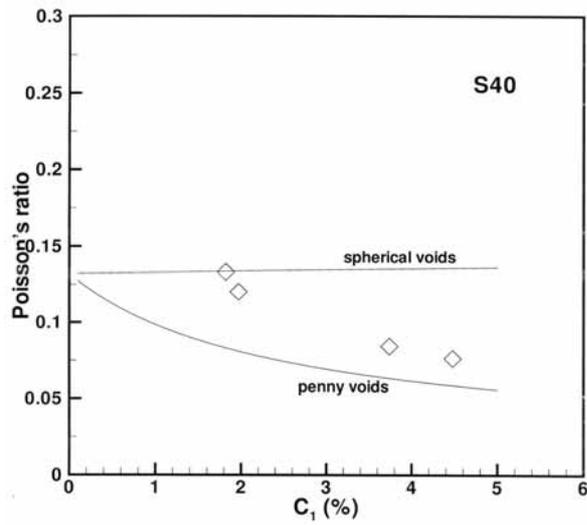


圖 7. S40 配比高性能混凝土之孔隙與柏松比

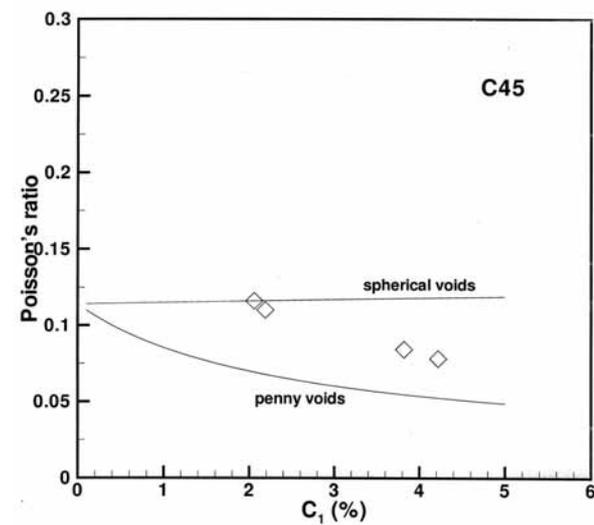


圖 8. C45 配比高性能混凝土之孔隙與柏松比