

驗證高性能水泥基複合材料微裂縫密度計算方法

Assessments on the Microcrack Calculation of High-Performance Cement-Matrix Composites

潘煌鏗¹ 陳雅玟²

¹ 國立高雄應用科技大學土木工程系教授

² 國立高雄應用科技大學土木工程與防災科技所研究生

摘要

高性能水泥基複合材料是在高性能膠結材基材內加入體積比 28%、50%、67% 的細骨材，將試體分為上中下、載重前和載重後並進行 500 倍、1000 倍、3000 倍、4000 倍、5000 倍等 SEM 觀測。結果發現，水泥系材料的觀測倍率愈大所計算的裂縫密度值會愈小，隨機取點觀測的裂縫密度會比固定取點的裂縫密度大且兩者的裂縫密度在放大倍率超過 3000 倍時趨近於定值。將所量得的微裂縫密度代入微觀力學公式，並比較理論和試驗的體積模數、剪力模數和破壞韌性，得出倍率在 3000 倍至 5000 倍的裂縫密度所計算的理論值會接近試驗值，這顯示高性能水泥基複合材料採用本文的裂縫觀測和計算法所得裂縫密度的最佳觀測倍率為 3000 倍至 5000 倍。

關鍵字：水泥基複合材料，裂縫密度，介質理論

Abstract

High-performance cement-matrix composite consists of the binder as the matrix and fine aggregate as the inclusion with three volume fractions of 28%, 50% and 67% individually. SEM samples are taken at the upper, middle and lower part of the specimen, individually, and each sample was investigated with five magnifications as 500 times, 1000 times, 3000 times, 4000 times and 5000 times. Results show that the crack density of the material measured by random observation is always greater than that by a regular-rule one. The measured crack density of cement-based materials is getting small as the SEM magnification increases, and will go to an asymptotic value when the magnification reaches 3000 times or after. By comparing with the experiments and the micromechanics-based calculations of the bulk modulus, shear modulus and the stress intensity factor for the binder and the mortars, the theoretical values are close to the experimental ones at the average crack density chosen between 3000 times and 5000 times magnification. The crack density measured between 3000 times and 5000 times magnification is optimum for cementitious materials.

Keywords: cement-matrix composite, crack density, inclusion theory

一、前言

高性能混凝土是由高性能膠結材(水、水泥、卜作嵐材料和強塑劑)和粗、細骨材所組成，且高性能混凝土的性質會隨高性能膠結材(binder)、外在環境或載重而改變。高性能混凝土的彈性模數和應力-應變行為與材料配比、材齡、骨材形狀、內部缺陷及各組成材料的性質有關，再加上製造技術與環境因素影，其性質變異性非常大，尤其以內部缺陷(defects)如孔隙和微裂縫等微觀因素的影響常被忽視，對高性能混凝土的應用造成許多困擾。雖然近年來試驗儀器及觀測設備有很大進步，可觀察到水泥系材料的微觀組成和結構變化，如高性能混凝土的部分結晶物變化或微裂縫分布，但僅止於材料的定性觀測和巨觀性質的比較[1-4]，有關微觀組成和結構變化之定量性質與巨觀性質的關聯性較少探討。

目前水泥系材料大都採用光學顯微鏡、SEM 或 TEM 來觀測材料內部的微裂縫，並計算其裂縫密度(crack density)。但不同的觀測倍率所觀察到的微裂縫長度、寬度、分布或排列會不相同，而哪一種觀測倍率所計算的裂縫密度才具有代表性，還沒有定論。因此，本文採用微觀力學理論來驗證高性能水泥系材料的裂縫密度，提出水泥系材料微裂縫密度的最佳觀測倍率。

二、試驗計畫

高性能膠結材是由水泥添加卜作嵐材料與強塑劑所組成，水膠比為 0.36，強塑劑為 Hicon A40，屬 Type G 可以減水 0.3~0.5%。細骨材的體積含量有 28%、50%、67%三種，比重 2.6，吸水率為 1.18%，粒徑分佈在 #30~#100 之間。由高性能膠結材和骨材組成的高性能砂漿配如表 1， c_1 為細骨材體積比，高性能砂漿的坍度為 20 ± 3 cm。

表 1 高性能砂漿配比(kg/m^3)

配比編號	水膠比	細骨材體積比 c_1	水	水泥	飛灰	細骨材	強塑劑
C36FA15	0.36	0	160	377	67	---	1.98
		0.28	160	378	67	735	1.98
		0.50	158	377	67	1306	1.98
		0.67	160	378	67	1744	1.98

高性能膠結材和高性能砂漿的齡期 28 天，為獲得材料的彈性模數(elastic moduli)和破壞韌性(fracture toughness)，試體有 $5\phi \times 10\text{cm}$ 、 $10\phi \times 20\text{cm}$ 和 $10 \times 10 \times 35\text{cm}$ 三種，採用 1×10^{-5} 的固定應變控制進行試體單軸載重試驗。

SEM 微裂縫觀測包括載重前和破壞後的高性能膠結材和高性能砂漿試體，每一個試體截取上中下位置的試片以平均微裂縫密度。試片大小約為 $3 \times 3 \times 1.5\text{mm}^3$ ，分別進行研磨以及拋光，且試片不能含有水氣，必須進行泡甲醇、低溫烘乾及抽真空處理，最後採用鍍金進行前處理。

試片進行 SEM 微裂縫觀測時，觀測方法採用劃分試片區塊及隨機觀測兩種方法，每個觀測點位的倍率有 500、1000、3000、4000、5000 倍等五種。試片裂縫照片處理是採用 Photoshop7.0

軟體將照片反黑白，利用 SigmaScan Pro5 軟體進行長度及裂縫數目計算，並量測觀測視窗尺寸，如圖 1 和圖 2 分別為材料 $c_1 = 0.28$ 在觀測 1000 倍的 SEM 照片與處理後的反黑白照片。

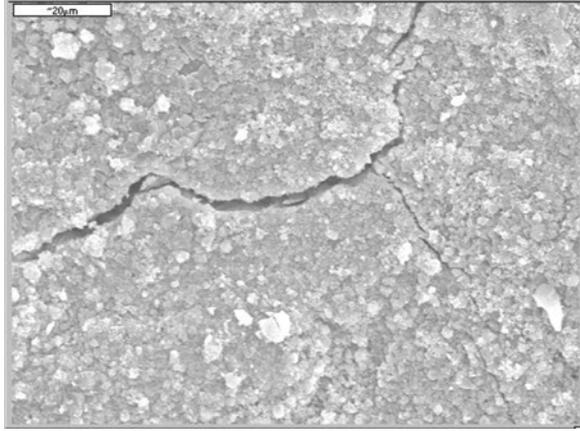


圖 1 $c_1 = 0.28$ 在 1000 倍 SEM 照片

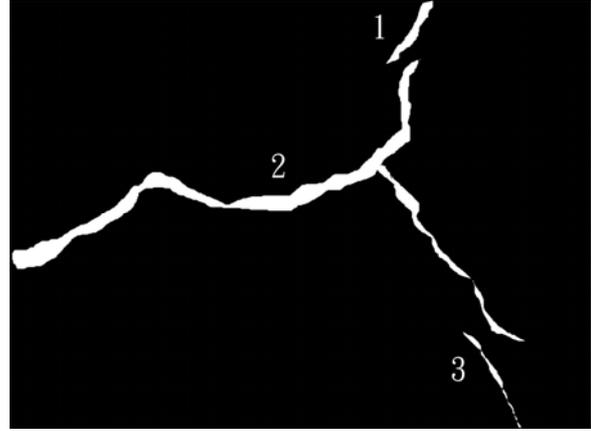


圖 2 $c_1 = 0.28$ 在 1000 倍反黑白照片

三、驗證方法

3.1 微裂縫計算

材料裂縫密度和裂縫數目及大小有關，依據 Budiansky and O'Connell [5]對裂縫密度參數 η 的定義

$$\eta = \frac{2N}{\pi} \left\langle \frac{A^2}{P} \right\rangle \quad (1)$$

其中 N = 裂縫數， A = 裂縫面積， P = 裂縫周長，角括弧 $\langle \bullet \rangle$ 表示 \bullet 量的平均值。然而，要觀測材料內部微裂縫真正的尺寸因受限於試片取樣及觀測空間限制，無法一窺微裂縫真正形狀和大小。Attigbe and Darwin [6,7] 探討水泥砂漿內部 2 度空間微裂縫分布，並應用統計方法分析 3 度空間的微裂縫密度，發現水泥砂漿的微裂縫度分布接近於等向性分布。

若試片取樣及觀測具有代表性，且假設材料微裂縫呈凸面狀且尺寸都相同，則觀測 2 度空間裂縫的微裂縫密度可利用下式計算

$$\eta = \frac{8}{\pi^3} M \cdot \langle l \rangle^2 \quad (2)$$

其中 $\langle l \rangle$ = 裂縫軌跡的平均長度， M = SEM 視窗下單位面積的裂縫總數目

$$M = \frac{n}{h \times w} \quad (3)$$

其中 n = 視窗中的裂縫數， h 與 w 分別為視窗的高度和寬度。

這裡使用公式(2)和(3)做為裂縫密度計算式，而裂縫數 n 的計算方式是將直線或接近直線的裂縫算做一條裂縫，裂縫有轉折或不連續則視為不同裂縫[8]，例如圖 2 編號 2 的裂縫是由 6 條微裂縫所組成。

3.2 微觀力學公式

將含裂縫的高性能膠結材或高性能砂漿視為雙相複合材料(two-phase composite)，介質(inclusion)為微裂縫，不含微裂縫的水泥系膠結材或砂漿當為基材(matrix)。Pan and Weng [9]採用介質理論[10,11]推導雙相複合材料的體積彈性模數 κ (elastic bulk modulus)和剪力彈性模數 μ (elastic shear modulus)，且證明裂縫形狀對含裂縫的等向性材料的彈性模數影響不大。因此採用圓形裂縫的有效彈性模數(effective elastic moduli)來驗證含微裂縫高性能膠結材及高性能砂漿的彈性模數，公式如下

$$\frac{\kappa}{\kappa_0} = \frac{1}{1 + \frac{16}{9} \frac{1 - \nu_0^2}{1 - 2\nu_0} \eta} \quad (4)$$

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \frac{1}{1 + \frac{32}{45} \frac{(1 - \nu_0)(5 - \nu_0)}{2 - \nu_0} \eta} \quad (5)$$

其中 κ_0 ， μ_0 和 ν_0 分別為不含裂縫材料(基材)的體積模數，剪力模數和柏松比。在材料的彈性範圍內，由虎克定律(Hooke's law)及(4)和(5)，得到損傷材料和不含裂縫材料(基材)的柏松比關係

$$\nu = \frac{45(2 - \nu_0)\nu_0 + 16\nu_0(1 - \nu_0^2)\eta}{45(2 - \nu_0) + 16(1 - \nu_0^2)(10 - 3\nu_0)\eta} \quad (6)$$

另外，脆性材料的破壞韌性可用臨界應力強度因子 K_c (critical stress intensity factor)表示，這裡使用應力強度因子 K 表示材料的韌性變化。Pan [12]利用微觀力學理論導出等向性材料受 I 型載重(Mode I loading)的應力強度因子比

$$\frac{K_{tip}}{K_0} = f \sqrt{g} \quad (7)$$

其中 K_0 = 基材的破壞韌性； K_{tip} = 材料裂縫尖端附近的應力強度因子，有 $K_{tip} = K_0 - \Delta K$ 關係， ΔK = 應力強度因子變化量(韌性改變量)； f 和 g 為材料參數。若材料內部的微裂縫為圓形，則

$$f = \frac{27 + 96k_1(1 + \nu_0)^2 \eta}{27 + 4(1 + \nu_0)^2 \eta} \quad (8)$$

$$g = \frac{45(2 - \nu_0)[45(2 - \nu_0) + 16(1 - \nu_0^2)(10 - 3\nu_0)]}{45(2 - \nu_0)^2 [45 + 32(5 + \nu_0)\eta] + 1024(1 - \nu_0^2)(5 - \nu_0)(5 - 2\nu_0)\eta^2} \quad (9)$$

參數 k_1 是裂縫狀態因子，若裂縫為緩慢且穩定成長(steady-state propagating crack)， $k_1 = 0.072$ 。

將高性能膠結材或高性能砂漿視為含裂縫材料，材料的試驗量測值有含裂縫的彈性模數和應力強度因子，因此由(4)-(9)可以反推估算材料不含裂縫時的相關性質。

四、結果與討論

4.1 觀測條件

材料微裂縫會因外在觀察條件不同而有不同的值，本文將試體分為加載前後、觀測試體上中下位置、觀測方法有固定點位和隨機取點、及四種骨材含量($c_1=0、0.28、0.5、0.67$)來探討裂縫密度與放大倍率關係。

圖 3 是材料骨材含量 $c_1=0$ (膠結材)的試體之加載前與加載後裂縫密度關係，可以發現加載後的裂縫密度較加載前高，且隨放大倍率增加會趨近於一漸近值(asymptotic value)。圖 4 是材料 $c_1=0$ 在加載後觀測試體上中下部位的裂縫密度比較，在試體三等分的上面部位所量得的裂縫密度較大，且隨著量測部位向下移動則裂縫密度會逐漸減小；但當觀測倍率到達 3000 倍之後，裂縫密度和試體的觀測部位似乎無關，這表示只要觀測倍率在 3000 倍以上時，任何位置的裂縫密度觀測值會相同。圖 5 是 $c_1=0$ 試體加載後選取試體中間區塊進行固定點和隨機取點觀測裂縫密度的比較，其中固定點觀測是將試片分成四等份，而隨機取點是針對裂縫較為明顯且有較多裂縫的觀測，雖然圖中顯示隨機取點的裂縫密度較固定點位的裂縫密度來得大，但當觀測倍率在 3000 倍以上時兩種觀測方法的裂縫密度值約略相同。

另外，圖 6 是試體加載後以隨機取點方式觀測不同骨材含量的裂縫密度，當骨材含量由 $c_1=0$ 逐漸增加到 $c_1=0.5$ 時裂縫密度會隨著含砂量的增加而變大，這可能是骨材和膠結材界面有額外的裂縫產生所造成的，因此裂縫密度也會比較高；然而，比較 $c_1=0.67$ 材料與其他材料的裂縫密度關係，發現 $c_1=0.67$ 的裂縫密度反而降低，由試體觀測及材料的彈性模數得知，此時 $c_1=0.67$ 材料內的膠結材不足，造成許多孔洞而影響裂縫成長及強度的發展，因此有關 $c_1=0.67$ 材料的微觀性質，仍然需要進一步的研究。

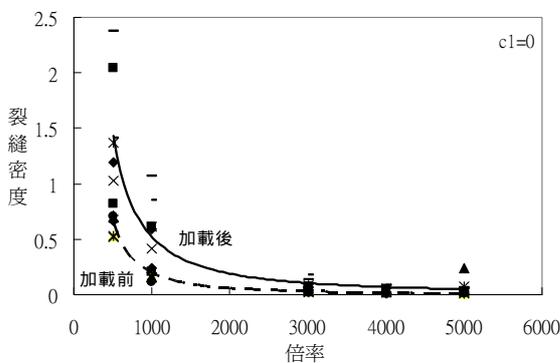


圖 3 試體加載前後的裂縫密度

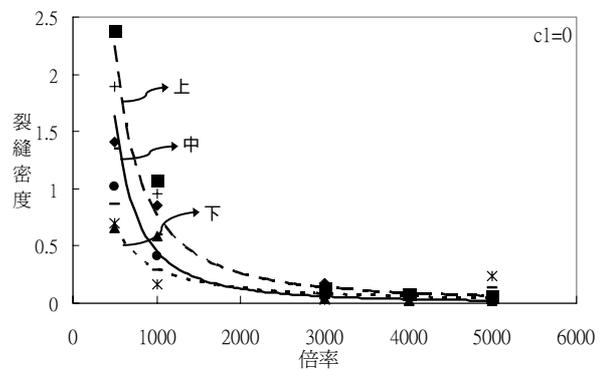


圖 4 試體上中下位置的裂縫密度

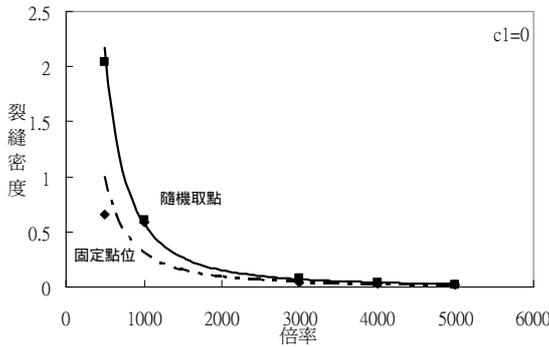


圖 5 不同觀測方法的裂縫密度

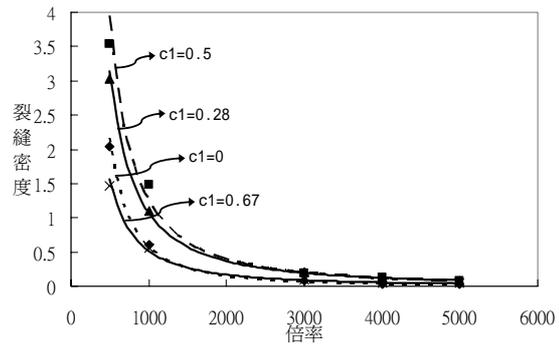


圖 6 不同骨材含量的裂縫密度

4.2 理論驗證

因 SEM 只能觀測一個點位上的裂縫，且不同放大倍率所觀測的裂縫密度會不同，因此要量測材料內部所有裂縫是不可能的，使得目前尚無法求得真正代表裂縫材料(cracked material)的裂縫密度，而這個代表性的裂縫密度卻是裂縫材料連接其微觀性質(micro-properties)與宏觀性質(macro-properties)的重要關鍵。因此我們必須建立一些規則(rule)來解決這個難題，而這些人為的規則必須通過驗證才能實施。

由微觀力學理論推導裂縫材料性質如公式(4)-(5)的 κ 和 μ 為裂縫材料的體積和剪力彈性模數得知，裂縫材料性質是受不含裂縫材料性質和裂縫密度影響。因裂縫材料性質容易由試驗求出，但其裂縫密度卻是因觀測倍率不同而有不同值，如何將不同觀測倍率所計算的裂縫密度轉換成能代表該裂縫材料的等值裂縫密度(equivalent crack density)，必須先知道裂縫與放大倍率的關係。

雖然不同觀測倍率的裂縫密度值不同，但同一裂縫材料的彈性模數和破壞韌性是固定的，且理論上裂縫材料內不含裂縫材料(基材)的性質也應該是固定值。因此，將裂縫材料的彈性模數及裂縫密度代入公式(4)-(6)，反推基材的彈性模數 κ_0 和 μ_0 ；同時也利用公式(7)-(9)反推破壞韌性。

圖 7~圖 18 是微觀力學公式計算 $c_1=0$ 和 $c_1=0.5$ 材料的基材彈性模數和破壞韌性，其中實線表示放大倍率在 500 倍至 5000 倍的平均值，虛線為放大倍率在 3000 倍至 5000 倍的平均值，而線上面的數值為該放大倍率範圍內材料性質的平均值。不管是固定點位觀測法或隨機取點觀測法，在這些圖中，很明顯的發現在 3000 倍至 5000 倍範圍的基材平均彈性模數或破壞韌性比較接近理論推算值。表 2 及表 3 分別為 500 倍至 5000 倍與 3000 倍至 5000 倍的基材平均性質，由表 4 及表 5 基材平均性質的變異數得知，表 5 的變異數較小，也同樣可以得到 3000 倍至 5000 倍範圍的基材性質比較接近理論推算值。

若將表 3 基材 3000 倍至 5000 倍範圍的平均性質和平均裂縫密度代入公式(4)-(9)，求出裂縫材料彈性模數和破壞韌性的理論值，並與試驗值比較，如表 6。由表 6 得知，大部分的理论值都接近試驗值，這表示取 3000 倍至 5000 倍範圍的裂縫密度平均值所計算的裂縫材料性質是合理的，即 3000 倍至 5000 倍範圍的裂縫密度平均值可視為代表裂縫材料的等值裂縫密度。

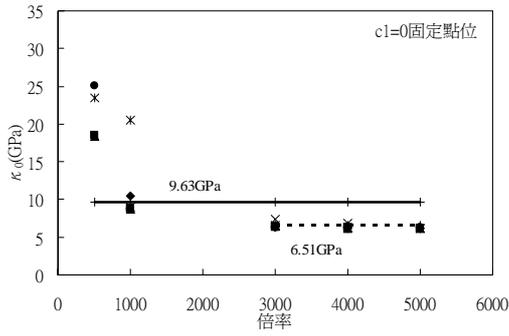


圖 7 $c_1=0$ 固定點位基材體積模數

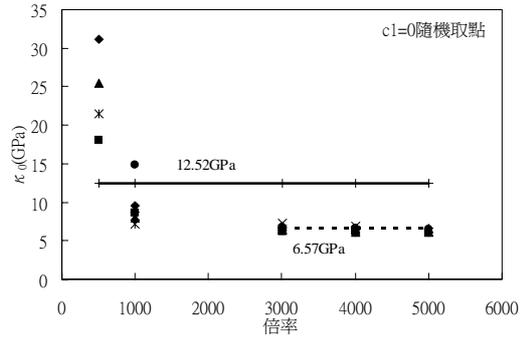


圖 8 $c_1=0$ 隨機取點基材體積模數

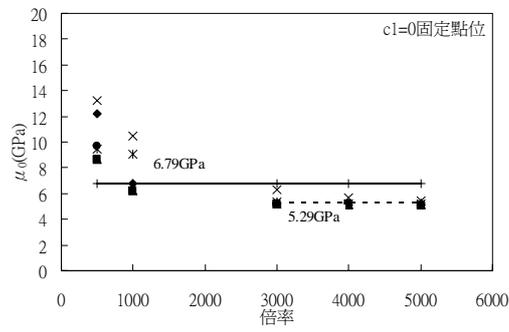


圖 9 $c_1=0$ 固定點位基材剪力模數

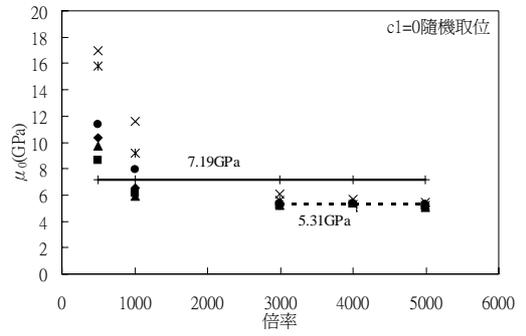


圖 10 $c_1=0$ 隨機取點基材剪力模數

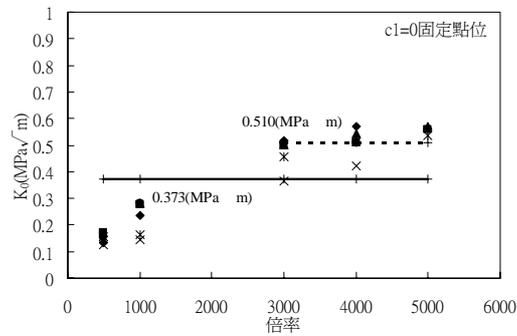


圖 11 $c_1=0$ 固定點位基材破壞韌性

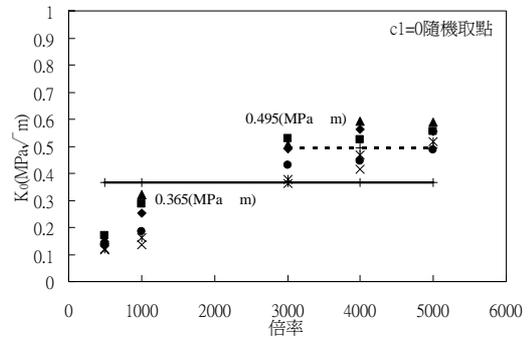


圖 12 $c_1=0$ 隨機取點基材破壞韌性

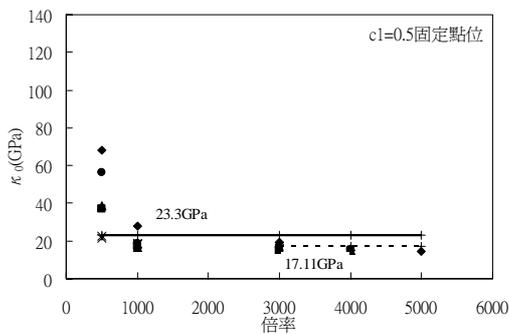


圖 13 $c_1=0.5$ 固定點位基材體積模數

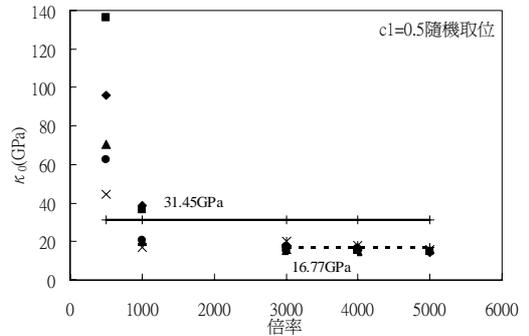


圖 14 $c_1=0.5$ 隨機取點基材體積模數

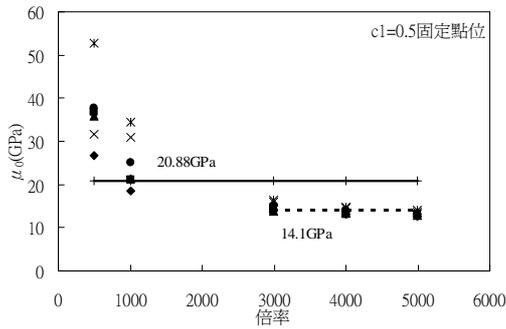


圖 15 $c_1=0.5$ 固定點位基材剪力模數

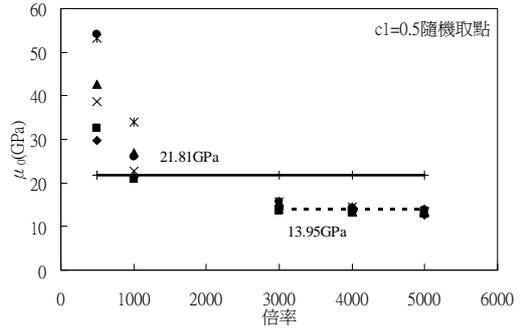


圖 16 $c_1=0.5$ 隨機取點基材剪力模數

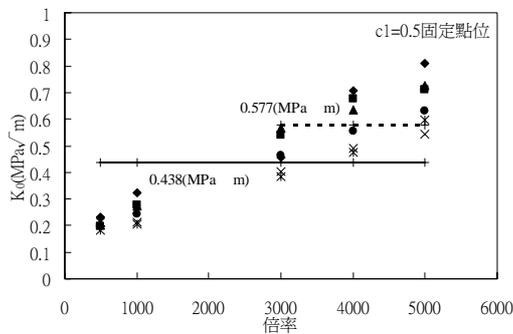


圖 17 $c_1=0.5$ 固定點位基材破壞韌性

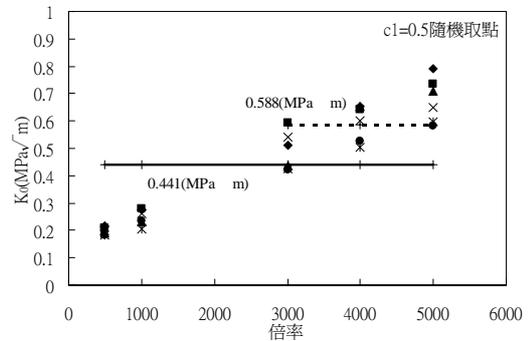


圖 18 $c_1=0.5$ 隨機取點基材破壞韌性

表 2 基材 500 倍到 5000 倍的平均性質

c_1		0	0.28	0.5
μ_0 (GPa)	固定點位	6.79	17.22	20.88
	隨機取點	7.19	19.83	21.81
κ_0 (GPa)	固定點位	9.63	24.10	23.30
	隨機取點	12.52	28.34	31.45
K_0 (MPa√m)	固定點位	0.373	0.424	0.438
	隨機取點	0.365	0.402	0.441

表 3 基材 3000 倍到 5000 倍的平均性質

c_1		0	0.28	0.5
μ_0 (GPa)	固定點位	5.29	11.84	14.10
	隨機取點	5.31	12.03	13.95
κ_0 (GPa)	固定點位	6.51	15.29	17.11
	隨機取點	6.57	15.76	16.77
K_0 (MPa√m)	固定點位	0.51	0.549	0.577
	隨機取點	0.495	0.529	0.588

表 4 基材 500 倍至 5000 倍的變異數

c_1		0	0.28	0.5
μ_0 (GPa)	固定點位	6.741	63.67	71.05
	隨機取點	4.881	86.31	79.39
κ_0 (GPa)	固定點位	33.07	224.24	187.65
	隨機取點	50.7	313.2	289.82
$K_0 (MPa\sqrt{m})$	固定點位	0.027	0.029	0.038
	隨機取點	0.027	0.029	0.039

表 5 基材 3000 倍至 5000 倍的變異數

c_1		0	0.28	0.5
μ_0 (GPa)	固定點位	0.147	0.588	1.096
	隨機取點	0.148	0.715	0.771
κ_0 (GPa)	固定點位	0.433	2.614	3.552
	隨機取點	0.298	3.163	3.349
$K_0 (MPa\sqrt{m})$	固定點位	0.006	0.008	0.014
	隨機取點	0.071	0.008	0.011

表 6 裂縫材料理論與試驗比較

c_1		0	0.28	0.5
μ (GPa)	試驗值	5.00	9.94	12.09
	固定點位	5.02	9.98	12.15
	隨機取點	5.02	9.99	12.13
κ (GPa)	試驗值	5.91	11.30	13.24
	固定點位	5.96	11.46	13.45
	隨機取點	5.95	11.49	13.39
$K_c (MPa\sqrt{m})$	試驗值	0.212	0.355	0.343
	固定點位	0.210	0.355	0.343
	隨機取點	0.213	0.356	0.343
η	固定點位	0.049	0.125	0.108
	隨機取點	0.040	0.139	0.099

五、結論

經由微觀力學理論所推導的彈性模數和破壞韌性公式驗證裂縫材料的裂縫密度後，初步認定採用 3000 倍至 5000 倍範圍的裂縫密度平均值可視為代表裂縫材料的等值裂縫密度。

誌謝

本研究由國科會 NSC 94-2211-E-151-010 贊助經費。

參考文獻

- [1] Oillivier, J.P., "A Non Destructive Procedure to Observe the Microcracks of Concrete by Scanning Electron Microscopy," C.C.R., Vol.15, No.3, pp.1055-1060 (1985).
- [2] Kamran, M.N., "Analysis of Compressive Stress-Induced Crack in Concrete," ACI Materials Journal, Vol.95, No.5, pp.617-630 (1998).
- [3] Erick, R., "Automatic Quantification of Microcracks Network by Stereological Method of Total Projections in Mortars and Concretes," C.C.R., Vol.18, pp.35-43 (1988).
- [4] Wang, K., Jansen, D.C., and Shah S.P., "Permeability study of Cracked Concrete," C.C.R., Vol.27, No.3, pp.381-393 (1997).
- [5] Budiansky, B., and O'Connell, R.J., "Elastic Moduli of a Crack Solid," Int. J. Solids Structures, Vol.12, pp.81-97 (1976).
- [6] Attiogbe, E.K., and Darwin, D., "Correction of Window Size Distortion of Crack Distributions on Plane Sections," Journal of Microscopy, Vol.114, part1, pp.71-82 (1986).
- [7] Attiogbe, E.K., and Darwin, D., "Submicrocracking in Cement Paste and Mortar," ACI Journal, No.84-M43, pp.491-500 (1987).
- [8] 賴崇胡, 「含裂縫水泥漿和砂漿應力-應變行為」, 碩士論文, 國立高雄應用科技大學土木工程與防災科技研究所, 高雄(2004)。
- [9] Pan H.H., and Weng, G.J., "Elastic Moduli of Heterogeneous Solids with Ellipsoidal Inclusions and Elliptic Cracks," Acta Mechanica, Vol.110, pp.73-94 (1995).
- [10] Mori, T., and Tanaka, K., "Average Stress in the Matrix and Average Elastic Energy of Materials with Misfitting Inclusions," Acta Metall., Vol.21, pp.571-574 (1973).
- [11] Weng, G.J., "Some Elastic Properties of Reinforced Solids, with Special Reference to Isotropic Ones Containing Spherical Inclusion," Int. J. Engng. Sci., Vol.22, pp.845-856 (1984).
- [12] Pan H.H., "An Overall Approach for Microcrack and Inhomogeneity Toughening in Brittle Solids," The Chinese Journal of Mechanics, Vol.15, No.2, 57-68 (1999).