微觀力學法模擬水泥基複合材料長期應力應變行為

Long-Term Stress-Strain Behavior of Cement-Matrix Composites by Micromechanics Approach

潘煌鋰¹ 蔡偉隆²

1國立高雄應用科技大學土木工程系教授

2國立高雄應用科技大學土木工程系碩士

摘要

本文以介質理論觀點模擬及預測水泥基複合材料的長期應力應變行為。將水泥及飛 灰水泥視為複合材料的基材,並加入 29%、38%及 49%等三種體積比的細骨材構成水 泥複合材料及飛灰水泥複合材料,九種材料齡期為7天、14天、28天、2個月、3個月、 6個月、9個月、12個月及18個月。研究結果顯示,四參數力學模型能模擬基材的應力 -應變曲線,這四個參數k₁(t)、k₂(t)、η₁(t)及η₂(t)為基材齡期的函數,會隨著基材種類 與齡期而改變,且能夠準確模擬不同齡期時基材的應力-應變行為。利用介質理論奧正 割模數法並配合四參數力學模式所預測水泥基複合材料的理論應力-應變曲線與試驗曲 線相當接近,印證所提的模擬方法能夠預測水泥基複合材料的長期應力-應變行為。 **關鍵字:**水泥基複合材料,長期應力-應變曲線,介質理論

Abstract

A micromechanics approach is proposed to predict long-term stress-strain curves of cement-matrix composites. Two cement bonders, cement paste and fly ash cement, were chosen to be the matrix, and three fine sands with 29%, 38%, and 49% by volume were used as the inclusion. Among them, nine material ages with 7 days, 14 days, 28 days, 2 months, 3 months, 6 months, 9 months, and 18 months were investigated. Results show that a four-parameter model with $k_1(t)$, $k_2(t)$, $\eta_1(t)$ and $\eta_2(t)$ in terms of material age t is able to simulate the long-term stress-strain curves of cement binders. According to the simulated behavior of cement binders, theoretical calculations based on the inclusion theory and the secant moduli method for the mechanical behavior of cement-matrix composites are obtained. Comparisons between theoretical stress-strain curves and experimental curves of cement-matrix composites show that the agreements are in an acceptable range.

Keywords: cement-matrix composite, long-term stress-strain curve, inclusion theory

一、前言

水泥基複合材料(cement-matrix composite)的應力-應變行為與其配比、齡期、骨材形狀及各 組成材料的性質有關,再加上製造技術與環境因素的影響,其性質變異性極大,對工程應用上 造成許多困擾。雖然近年來試驗儀器及觀測設備的進步,使得混凝土力學(concrete mechanics) 理論尚能掌握材料的性質。然而,水泥基複合材料的行為大都以28天齡期的性質做為預測或設 計依據,而完工後之混凝土結構物因水泥膠結材(binder)性質會隨著齡期(如水化程度)、添加物(如 卜作嵐材料、強塑劑)或外在環境(如酸、鹼、劣化)變化而改變,使得水泥基複合材料(如普通混 凝土、飛灰混凝土、高性能混凝土等)結構物行為也隨著使用期限而不同,導致使用壽命年限內 之結構物的行為與當初設計有所不同,造成結構物需要維修或補強時沒有可靠的設計依據,因 此需要有一簡單可靠的預測理論來瞭解長齡期水泥系複合材料的性質。

有關利用理論或數值分析模擬複合材料行為的方法很多,例如模擬金屬基(metal-matrix)或 陶瓷基(ceramic-matrix)複合材料的彈性行為[1-6],模擬高分子材料(polymers)的黏彈性 (viscoelastic)行為[7,8],以及金屬基複合材料之彈塑性(elastoplastic)或潛變(creep)行為的分析與預 測,也有很多理論與數值解[9-13]。但是,土木營建工程常用的水泥系材料而言,所關心的是強 度-齡期(f_c-t)、彈性模數-齡期(E-t)關係、潛變、或者固定材齡之應力-應變行為,且其行為 大都依據半經驗公式、規範(Code)或一些簡單的力學模式來描述[14-18],但對水泥基複合材料 的應力-應變曲線與齡期關係(非鬆弛或潛變)的理論預測較少,而此材料行為卻是長齡期混凝土 結構物在使用安全所必須要知道的。

為瞭解混凝土材料的長期行為,本文以微觀力學為基礎,配合一個四參數力學模式來模擬 水泥基複合材料的長期應力-應變行為,嘗試提出一可靠的長期應力-應變曲線預測公式,將有助 於了解現有水泥系結構物在使用年限內的行為。

二、材料試驗計畫

本文主要目的是預測長齡期水泥基複合材料的應力-應變行為,故試驗目的主要是藉由量測 並記錄不同齡期的材料應力-應變行為,經由迴歸分析和四參數模型,獲得水泥基材(cement matrix)應力-應變曲線的模擬公式。水泥基材有兩種,為水泥膠結材(cement binder)及以部分飛灰 取代水泥所構成的飛灰水泥膠結材(fly ash/cement binder),其中飛灰水泥膠結材是以飛灰取代 25 %的水泥體積作為膠結材。另外,試驗還包括以水泥膠結材及飛灰水泥膠結材混合不同骨材含 量所形成的水泥基複合材料,量測長齡期水泥複合材料和飛灰水泥複合材料的應力-應變曲線, 並與所提出的理論結果做比較,以確認本文理論的可靠性。

由於試驗著重於不同齡期水泥基複合材料應力-應變行為,故採用固定水膠比,其中水泥膠 結材的水灰比 W/C=0.45, 飛灰水泥膠結材的水膠比 W/B=0.41。兩種水泥基複合材料的骨材體 積含量分別為 0%(即水泥膠結材或飛灰水泥膠結材)、29%、38%、49%,這兩種膠結材所組成 複合材料配比如表 1 及表 2 所示。骨材彈性模數為體積模數 κ₁ =19.46 GPa,剪力模數 μ₁=18.44 GPa。材料齡期有 7 天、14 天、28 天、2 個月、3 個月、6 個月、9 個月、12 個月及 18 個月等 九個齡期。載重速率採應變控制,應變速率(strain rate)為 1×10⁻⁵/sec。

₹ 1 水泥褐合材料配比(Kg/Ⅲ	料配比(kg/m')
-------------------	------------

c_1	水	水泥	細骨材
0	586	1302	
0.29	415	921	775
0.38	362	804	1014
0.49	298	623	1301

	\mathbf{r}	派去少江治人县创助儿(1 co /mo
衣	7	龙火水泥梭合材种距比(Kg/III
•			

c_1	水	水泥	細骨材	飛灰
0	546	1133	—	200
0.29	384	796	788	140
0.38	334	693	1029	122
0.49	275	570	1316	101

三、水泥基複合材料行為預測

3.1 四參數力學模式

利用四參數模型[19]為基礎來模擬水泥膠結材及飛灰水泥膠結材的應力-應變行為,這裡考 慮材料齡期的影響,將力學模型修正如圖1型式,其中P(T)為外載重與加載時間T有關, $k_1(t)$ 及 $k_2(t)$ 為彈簧係數, $\eta_1(t)$ 及 $\eta_2(t)$ 為阻尼係數,而這四個參數皆為齡期t的函數, $\delta_1 \cdot \delta_2 \cdot \delta_3$ 分別為圖中各組成區段的變形量。若試驗過程是位移控制,則總變形量 $\delta = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = u \cdot T$, 其中u為萬能試驗機加載於試體的變位速率。在代入邊界條件T = 0時P(T) = 0,可得到材料的 本構方程式(constitutive equation):

$$P(T) = b \left[e^{m_1 T} - \left(\frac{\eta_1(t) \cdot u + b}{b} \right) e^{m_2 T} \right] + \eta_1(t) \cdot u$$
(1)

其中b為常數和材料特性有關,特徵根m1和m2有下列關係:

$$m_1 + m_2 = -\left\{ \frac{\eta_2(t) \cdot k_1(t) + \eta_2(t) \cdot [k_1(t) + k_2(t)]}{\eta_1(t) + \eta_2(t)} \right\}; \quad m_1 \cdot m_2 = \frac{k_1(t) \cdot k_2(t)}{\eta_1(t) \cdot \eta_2(t)}$$

利用試驗獲得的水泥基材(膠結材)應力-應變曲線,以廻歸法求得各齡期的四個參數後,即可得知四參數與齡期的關係,這個材料行為可做為預測長齡期水泥基材應力-應變曲線的依據。



圖1四參數模型

3.2 水泥系複合材料應力-應變曲線理論

為獲得複合材料的性質,採用 Eshelby-Mori-Tanaka 的介質理論[4,5]來計算雙相複合材料的 體積彈性模數和剪力彈性模數公式如下[3,6]

$$\kappa = \frac{\kappa_0}{1 + c_1(p_2 / p_1)} ; \quad \mu = \frac{\mu_0}{1 + c_1(q_2 / q_1)}$$
(2)

其中 κ_0 和 μ_0 分別為基材(膠結材)的體積彈性模數(bulk modulus)和剪力彈性模數(shear modulus), c_1 為介質(骨材)的體積含量比,參數 $p_1 \times p_2 \times q_1 \times q_2$ 可參閱[20]。若材料只承受單 軸向(軸1)外載重 $\overline{\sigma}_{11}$,則雙相複合材料的平均應變

$$\overline{\varepsilon}_{11} = (1 + c_1 Z_1) \varepsilon \quad ; \quad \overline{\varepsilon}_{22} = \overline{\varepsilon}_{33} = (c_1 Z_2) \varepsilon \tag{3}$$

其中 $\overline{\epsilon}_{11}$ 為載重方向的複合材料(砂漿或混凝土)應變, $\overline{\epsilon}_{22}$ 和 $\overline{\epsilon}_{33}$ 為垂直載重方向的複合材料應變, ϵ 為承受相同外載重的水泥基材應變,材料參數 $Z_1 、 Z_2$ 參閱[20]。

因水泥基複合材料的應力應變曲線並非只有線性,還有非線性部分,若使用(2)計算的彈性 模數則只能表示應力-應變曲線的直線部分,因此需要修正。當材料彈性模數在超出線性範圍時 會隨著變形量的增加而減少,為能適當的描述這個現象,這裡採用正割模數(secant moduli)代替 彈性模數來表示材料的應力-應變行為,此時水泥基材的正割模數

$$\kappa_0^s(t) \le \kappa_0(t) \quad ; \quad \mu_0^s(t) \le \mu_0(t) \tag{4}$$

上標s表示正割。

由材料試驗和四參數力學模式可求得基材的正割楊氏模數 E_0^s 及柏松比 V_0 ,此時基材的正割 體積模數和正割剪力模數可經由下式計算

$$\kappa_0^s(\varepsilon,t) = \frac{E_0^s(\varepsilon,t)}{3(1-2\nu_0)} ; \quad \mu_0^s(\varepsilon,t) = \frac{E_0^s(\varepsilon,t)}{2(1+\nu_0)}$$
(5)

這裡假設水泥系膠結材的柏松比V0在受力的過程中保持線性關係。

利用 Hill [21]的正割模數法來修正(2),便可由基材的 $\kappa_0^s \mathcal{D} \mu_0^s x$ 計算複合材料的正割模數如下所示:

$$\kappa^{s}(\varepsilon,t) = \frac{\kappa_{0}^{s}(\varepsilon,t)}{1 + c_{1}(p_{2}/p_{1})} \quad ; \quad \mu^{s}(\varepsilon,t) = \frac{\mu_{0}^{s}(\varepsilon,t)}{1 + c_{1}(q_{2}/q_{1})} \tag{6}$$

$$E^{s}(\varepsilon,t) = \frac{9\kappa^{s}(\varepsilon,t)\cdot\mu^{s}(\varepsilon,t)}{3\kappa^{s}(\varepsilon,t)+\mu^{s}(\varepsilon,t)} ; \quad v^{s}(\varepsilon,t) = \frac{3\kappa^{s}(\varepsilon,t)\cdot2\mu^{s}(\varepsilon,t)}{2(3\kappa^{s}(\varepsilon,t)+\mu^{s}(\varepsilon,t))}$$
(7)

其中 E^s 和 v^s 分別是複合材料的正割楊氏模數和正割柏松比。若骨材形狀為球形(sphere)且性質為完全彈性,則骨材體積模數 $\kappa_1^s = \kappa_1$ 及剪力模數 $\mu_1^s = \mu_1$,複合材料的正割模數(6)能簡化成

$$\kappa^{s} = \frac{\kappa_{0}^{s}(3\kappa_{1} + 4\mu_{0}^{s}) - 4c_{1}\mu_{0}^{s}(\kappa_{0}^{s} - \kappa_{1})}{3\kappa_{1} + 4\mu_{0}^{s} + 3c_{1}(\kappa_{0}^{s} - \kappa_{1})}$$
(8)

$$\mu^{s} = \frac{\mu_{0}^{s} [5\mu_{1}(3\kappa_{0}^{s} + 4\mu_{0}^{s}) + c_{0}(\mu_{0}^{s} - \mu_{1})(9\kappa_{0}^{s} + 8\mu_{0}^{s})]}{5\mu_{0}^{s}(3\kappa_{0}^{s} + 4\mu_{0}^{s}) - 6c_{0}(\mu_{0}^{s} - \mu_{1})(\kappa_{0}^{s} + 2\mu_{0}^{s})}$$
(9)

其中 $c_0 = 1 - c_1$ 為水泥系膠結材的體積含量。

若水泥基複合材料承受單軸壓力,依介質理論公式和正割模數法,經由(6)-(7)計算複合材料 正割模數及(3)計算複合材料應變 ~後,依據虎克定律(Hooke's law)可獲得應力-應變關係:

$$\overline{\sigma}_{11}(\varepsilon,t) = \frac{E^s}{(1+\nu^s)(1-2\nu^s)} \Big[(1-\nu^s)\overline{\varepsilon}_{11} + \nu^s(\overline{\varepsilon}_{22} + \overline{\varepsilon}_{33}) \Big]$$
(10)

因此可由水泥系膠結材及骨材性質計算水泥基複合材料在不同骨材含量和材料齡期時的應力與應變關係。

四、結果與分析

4.1 模擬基材應力-應變曲線

因水泥基複合材料的性質會隨著水泥基材(膠結材)的齡期而改變,若要模擬水泥基複合材料的應力-應變行為,首先要知道水泥基材應力-應變行為與齡期的關係。由四參數力學模式與試驗結果可模擬得到膠結材的理論應力-應變曲線,再以迴歸的方法求得四個參數與齡期的關係。

水泥系膠結材應力-應變曲線經四參數力學模式模擬並與試驗值比較如圖 2,結果顯示,經 由四個參數模擬的應力-應變曲線與試驗曲線相當接近。圖 2 的四個參數值與齡期的關係如下:

$$k_1(t) = -0.02 \cdot (\log t)^2 + 0.04 \cdot \log t + 0.91 \tag{11}$$

$$k_2(t) = 0.42 \cdot (\log t)^2 - 2.57 \cdot \log t + 12.71 \tag{12}$$

$$\eta_1(t) = -0.59 \cdot (\log t)^2 + 0.92 \cdot \log t + 6.65 \tag{13}$$

$$\eta_2(t) = 21.56 \cdot (\log t)^2 - 20.33 \cdot \log t + 122.76 \tag{14}$$

其中t為齡期(天),而 $k_1(t) \cdot k_2(t)$ 的單位為GN/m, $\eta_1(t)$ 及 $\eta_2(t)$ 的單位為GN-sec/m。公式(11)-(14) 四個參數的樣本相關係數(sample correlation coefficient)r值皆接近於1,約為r = 0.99,這表示 四參數值可用來模擬水灰比 0.45,齡期介於7天至540天(18個月)的水泥膠結材應力-應變行為。

若四參數力學模式應用在水膠比 0.41 的飛灰水泥膠結材,結果參見圖 3,其中四個參數值 與齡期的關係如下:

$$k_1(t) = -0.02 \cdot (\log t)^2 + 0.03 \cdot \log t + 1.0$$
⁽¹⁵⁾

$$k_2(t) = 0.45 \cdot (\log t)^2 - 2.76 \cdot \log t + 13.93 \tag{16}$$

$$\eta_1(t) = -0.61 \cdot (\log t)^2 + 0.95 \cdot \log t + 6.78 \tag{17}$$

$$\eta_2(t) = 23.86 \cdot (\log t)^2 - 21.66 \cdot \log t + 138.5 \tag{18}$$

這四個參數的r值也皆為r=0.99,這表示公式(15)-(18)的四參數值可以模擬飛灰水泥膠結材的

應力-應變行為。



4.2 模擬長齡期水泥基複合材料應力-應變曲線

已知細骨材形狀的平均細長比(aspect ratio)α=1.13,水泥基複合材料是在膠結材內分別掺入 c₁=0.29、c₁=0.38及c₁=0.49的骨材。由(11)-(14)或(15)-(18)的四參數公式,配合(1)可求出膠結 材的應力-應變曲線,這個模擬的應力-應變曲線做為計算膠結材正割模數的依據,經由(6)-(7)算 出水泥基複合材料的正割模數,此正割模數和(3)的應變代入公式(10)可模擬複合材料應力-應變 曲線。

圖 4~圖 6 為水泥複合材料長齡期的應力-應變曲線。圖 4 是比較 c₁=0.29 水泥複合材料理論 與試驗的應力-應變曲線,在這九個齡期中的線性範圍部份,以介質理論配合正割模數觀念所模 擬的應力-應變曲線與試驗曲線幾乎完全重疊;比較非線性曲線範圍,理論應力-應變曲線皆低於 試驗曲線,這是由於理論應力-應變曲線是假設骨材所有的細長比α=1.13(較接近球型),但實際 情況是骨材的細長比並非全是 1.13,因此造成理論預測曲線稍低於試驗曲線。比較 c₁=0.38 的水 泥複合材料如圖 5,理論與試驗的應力-應變曲線趨勢和圖 4 類似。

在圖 6 的 c₁=0.49 水泥複合材料中,當齡期超過 2 個月時,理論的應力-應變曲線在約 90%的極限應力之後會高於試驗的應力應變曲線,這是由於骨材體積含量到達 c₁=0.49 後,膠結材逐漸無法完全包裹骨材,造成水泥複合材料內的孔隙(voids)與微裂縫(microcracks)等材料缺陷含量增加,且隨著受載重的應變量增加,這些缺陷逐漸發展並彼此連結,造成應力-應變曲線末端的強度發展不如理論預期。

為印證所提出的理論適用於其他水泥基複合材料,除了做上述比較外,還進一步用飛灰水 泥複合材料應力-應變曲線來驗證,如圖 7~圖 9。比較 c₁=0.29 和 c₁=0.38 的飛灰水泥複合材料, 由圖 7~圖 8 得知,理論的應力-應變曲線與試驗曲線具有相同的趨勢,且在線性部分幾乎重疊, 與水泥複合材料相似;且同樣的,飛灰水泥複合材料的理論應力-應變曲線皆稍低於試驗量測的 應力-應變曲線,這也是因實際情況的骨材細長比α並非全為 1.13 所致。

圖 9 是 c₁=0.49 飛灰水泥複合材料的應力-應變曲線,當材料齡期介於 2~12 個月時且應力大於 90%的極限應力後,仍會出現如同 c₁=0.49 水泥複合材料(圖 6)的趨勢,即理論的應力-應變曲線,這也是因為理論公式並未考慮材料內部缺陷對應力-應變

曲線所造成的影響;但當材料齡期在12個月以後,理論值仍低於試驗值,這可能是長齡期之後 的卜作嵐作用逐漸填滿孔隙,因而降低材料缺陷的影響效應。雖然如此,比較所有的水泥複合 材料和飛灰水泥複合材料的應力-應變曲線(圖4~圖9),理論預測的應力-應變曲線都非常接近試 驗的應力-應變曲線,顯示所提出的微觀力學理論能適當的預測水泥基複合材料長齡期的應力-應變行為。



圖 4 水泥複合材料 c1=0.29 應力應變曲線



圖 6 水泥複合材料 c1=0.49 應力應變曲線



圖 8 飛灰水泥複合材料 c1=0.38 應力應變曲線



圖 5 水泥複合材料 c1=0.38 應力應變曲線



圖 7 飛灰水泥複合材料 c1=0.29 應力應變曲線



圖 9 飛灰水泥複合材料 c1=0.49 應力應變曲線

五、結論

提出介質理論配合正割模數觀念的微觀力學法來預測長齡期應力-應變曲線,經含 29%、38 %及 49%骨材的水泥複合材料和飛灰水泥複合材料的試驗印證,得到結果簡述如下:

- 1.經由簡單的試驗及配合四參數模型,只要找出四個參數 $k_1(t) \cdot k_2(t) \cdot \eta_1(t) \partial \eta_2(t)$ 與齡期的 函數,就可以模擬膠結材長齡期的應力-應變曲線。
- 2.以四參數力學模式配合介質理論所模擬的應力-應變曲線相當接近於試驗的應力-應變曲線,表示所提出的理論方法可合理的預估水泥複合材料及飛灰水泥複合材料於不同齡期下的應力-應變行為。
- 3.只要能正確的找出膠結材與齡期的關係,應用所提出的理論方法,便能合理的預測不同骨材 含量和不同齡期的水泥基複合材料應力-應變曲線。

誌 謝

本文由國科會 NSC 92-2211-E-151-008 和 NSC 93-2211-E-151-007 贊助經費。

參考文獻

- Hashin, Z., and Shtrikman, S., "A Variational Approach to the Theory of the Elastic Behavior of Multiphase Materials," Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 11, pp. 127-140(1963).
- [2] Boucher, S., "On the Effective Moduli of Isotropic Two-Phase Elastic Composite," Journal of Composite Materials, Vol. 8, pp. 83-90(1974).
- [3] Weng, G.J., "Some Elastic Properties of Reinforced Solids, with Special Reference to Isotropic Ones Containing Spherical Inclusions," International Journal of Engineering Science, Vol. 22, pp. 845-856(1984).
- [4] Eshelby, J.D., "The Determination of Elastic Field of an Ellipsoial Inclusion, and Relation Problem," Proceedings of the Royal Society, London, Vol. A241, pp. 376-396(1957).
- [5] Mori, T., and Tanaka, K., "Average Stress in the Matrix and Average Elastic Energy of Material with Misfitting Inclusions," Acta Metallurgca, Vol. 21, pp. 571-574(1973).
- [6] Pan, H.H., and Weng G.J., "Elastic Moduli of Heterogeneous Solids with Ellipsoidal Inclusions and Elliptic Cracks," Acta Mechanica, Vol. 110, pp. 73-94(1995).
- [7] Chrisrense, R.M., "Viscoelastic Properties of Heterogeneous Media," Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 17, pp. 23-41(1969).
- [8] Wang, Y.M., and Weng G.J., "The Influence of Inclusion Shape on the Overall Viscoelastic Behavior of Composite," Transaction of the ASME, Vol. 59, pp. 510-518(1992).
- [9] Budiansky, B., "A Reassessment of Deformation Theories of Plasticity," Journal Applied Mechanics, Vol. 26, pp. 259-264(1959).
- [10] Hutchinson, J.W., "Elastic-Plastic Behavior of Polycrystalline Metals and Composites,"

Proceeding of the Royal Society, London, A 319, pp. 247-272(1970).

- [11] Qiu, Y.P., and Weng, G.J., "The Influence of Inclusion Shape on the Overall Elastoplastic Behavior of a Two-Phase Isotropic Composite," International Journal of Solids Structures, Vol. 27, pp. 1537-1550(1990).
- [12] Tandon, G.P., and Weng G.J., "A Theory of ParticlF-Reinforced Plasticity," Journal of Applied Mechanics, Vol. 27, pp. 126-135(1988).
- [13] Pan, H.H., and Weng, G.J., "Determination of Transient and Steady-State Creep of Metal-Matrix Composites by a Secant-Moduli Method," Composite Engineering, Vol. 3, pp. 661-674(1993).
- [14] Inozemtsev, U.P., "Cement Paste and Concrete Hardening Under Strain: I. Cement Paste Research," Cement and Concrete Research, Vol. 25, pp. 231-239(1995).
- [15] Yahia, A., and Khayat, K.H., "Analytical Model for Estimating Yield Stress of High-Performance Pseudoplastic Grout," Cement and Concrete Research, Vol. 31, pp. 731-738(2001).
- [16] Meyers, B.L., Slate, F.O., and Winter, G., "Relationship Between TimF-Dependent Deformation and Microcracking of Plane Concrete," ACI Journal, Vol. 66, pp. 60-68(1969).
- [17] Wang, P.T., Shah, S.P., and Naaman, A.E., "Stress-Strain Curves of Normal and Lightweight Concrete in Composite," ACI Journal, Vol. 75, pp. 603-611(1978).
- [18] Carrasquillo, R.L., Slate, F.O., and Nilson, A.H., "Microcracking and Behavior of High Strength Concrete Subject to Short-Term Loading," ACI Journal, Vol. 78, pp. 179-186(1981).
- [19] 潘煌鋥、郭聰慧,「水泥基複合材料應力應變曲線力學模式」,第27 屆全國力學會議,流力 和固力論文集,台南,第1233-1239 頁(2003)。
- [20] 蔡偉隆,「介質理論模擬水泥基複合材料長齡期應力-應變行為」,碩士論文,國立高雄應用 科技大學,高雄(2005)。
- [21] Hill, R., "Continuum Micro-mechanics of Elastoplastic Polycrystals," Journal of Mechanics and Physics, Vol.13, pp.89-10(1965).