

水泥系材料含孔隙和裂縫的微觀與力學行為

Microstructure and Material Properties of High-Performance Cementitious Composites with Defects

陳雅玟¹ 潘煌鏗² 林棟宏³

¹ 國立高雄應用科技大學土木工程系碩士

² 國立高雄應用科技大學土木工程系教授

³ 國立高雄應用科技大學土木工程系博士研究生

摘要

本研究係以三相複合材料觀點研究含孔隙及微裂縫對高性能水泥系材料(水泥漿、砂漿、混凝土)的微觀結構與力學行為關係。主要針對不同骨材含量之飛灰水泥材料，各別施加不同應力： $0.3 f'_c$ 、 $0.5 f'_c$ 、 $0.8 f'_c$ 及 $1.0 f'_c$ ，利用壓汞孔隙儀量測材料孔隙，及掃描式電子顯微鏡觀測微裂縫並求出裂縫密度，配合四參數力學模型模擬水泥系材料的應力-應變行為，將模擬所得的力學性質及實驗所得孔隙率和裂縫密度代入三相複合材料力學理論，求得含孔隙及微裂縫之高性能水泥系材料在受到不同應力時的力學性質及應力-應變行為，再與試驗結果比較，驗證三相複合材料理論使用在含缺陷水泥系材料的可行性。研究結果顯示，由力學模型配合介質理論預測所得應力-應變曲線皆與試驗所得應力-應變曲線相當接近，表示四參數力學模型可合理的預估水泥系材料的應力-應變行為及彈性模數；另外，三相複合材料理論模擬所得的應力-應變行為在應力 $0.8 f'_c$ 以下與試驗的應力-應變行為相當接近。

關鍵字：微裂縫、孔隙、高性能水泥系材料、應力-應變曲線

Abstract

Based on the concept of a three-phase composite, the mechanical properties of high-performance cementitious materials (cement paste, mortar and concrete) with defects are examined. Those defects, especially voids and microcracks, were measured by MIP and SEM respectively while the materials with different aggregate contents were subjected to $0.3 f'_c$, $0.5 f'_c$, $0.8 f'_c$ and $1.0 f'_c$ in turns. With the aim of a four-parameter model and the three-phase composite model, the stress-strain curves of high-performance cementitious materials were simulated. The simulated stress-strain curves were compared with the experimental ones to confirm the reliability of this three-phase composite theory we propose. Results show that the four-parameter model is suitable to determine stress-strain curves of

high-performance cementitious materials by means of four parameters. Meanwhile, by comparing with the experiments, the theoretical predictions are in an acceptable range for the stress-strain curves of materials with voids and microcracks. Thus, it is anticipated that the three-phase micromechanics theory can be chosen to simulate the stress-strain relationships of high-performance cementitious materials.

Keywords: microcrack, voids, high-performance cementitious materials, stress-strain curve

一、前言

近幾年高性能混凝土在土木工程中為常使用的建材，因為它具有高強度、自充填等的優點，所以在工程上的使用相當廣泛。但是高性能混凝土本身性質的變異性相當大，其中孔隙及裂縫對其材料性質的影響甚鉅，故對高性能混凝土的應用造成許多困擾，因此本研究以微觀力學研究孔隙及裂縫對高性能水泥系材料的影響。

為了能瞭解孔隙及裂縫對高性能水泥系材料的影響，藉著觀察高性能混凝土在不同骨材含量之微裂縫參數及孔隙含量，並用三相複合材料的微觀力學理論模擬含孔隙及裂縫之高性能水泥基複合材料在受到不同程度的應力下之力學行為，再與試驗結果比較，以評估其三相複合材料的微觀力學理論應用在混凝土材料科技之可行性。

二、試驗計畫

高性能水泥系材料是由水泥添加卜作嵐材料、強塑劑及骨材所組成，水膠比為 0.36，強塑劑為 Hicon A40，屬 Type G 可以減水 0.3~0.5%。骨材的體積含量有 28%、50%、67%三種。高性能水泥系材料的配比如表 1 及表 2，其中 a 為細骨材體積比，坍度為 200 ± 30 mm。

高性能水泥系材料的齡期 28 天，為獲得材料的彈性模數(elastic moduli)，試體為 $100 \phi \times 200$ mm 圓柱試體，採用 1×10^{-5} 的固定應變控制進行試體單軸載重試驗。

針對在不同骨材含量($a=0, 0.28, 0.50, 0.67$)下之高性能水泥系材料，其中高性能水泥系材料包含了水泥漿、砂漿以及混凝土，各別施加不同應力如： $0.3 f'_c$ 、 $0.5 f'_c$ 、 $0.8 f'_c$ 及 f'_c ，並利用壓汞孔隙儀量測其孔隙及掃描式電子顯微鏡觀測微裂縫的含量。試片大小約為 $3 \times 3 \times 1.5$ mm³，分別進行研磨以及拋光，且試片不能含有水氣，必須進行泡甲醇、低溫烘乾及抽真空處理，最後採用鍍金進行前處理。

試片進行 SEM 微裂縫觀測時，觀測方法採用劃分試片區塊及隨機觀測兩種方法，每個觀測點位的倍率有 500、1000、3000、4000、5000 倍等五種。試片裂縫照片處理是採用 Photoshop 7.0 軟體將照片反黑白，利用 Sigma Scan Pro5 軟體進行長度及裂縫數目計算，並量測觀測視窗尺寸，如圖 1 和圖 2 分別為材料 $c_1 = 0.28$ 在觀測 1000 倍的 SEM 照片與處理後的反黑白照片。

表 1. 水泥砂漿配比表(kg/m³)

a	水	水泥	飛灰	標準砂	強塑劑
0.28	245	580	102	1127	3.04

0.50	174	412	73	1425	2.16
0.67	160	378	67	1744	1.98

表 2. 水泥漿及混凝土配比表(kg/m³)

a	水	水泥	飛灰	粗骨材	細骨材	強塑劑
0	514	1212	215	—	—	6.4
0.28	268	634	112	716	518	2.1
0.5	195	459	82	928	667	2.3
0.67	160	378	67	1020	730	2.23

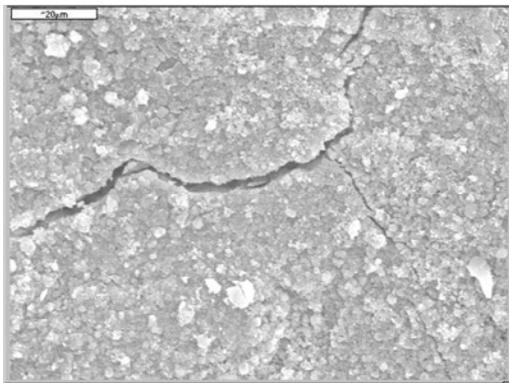


圖 1. a=0.28 在 1000 倍 SEM 照片

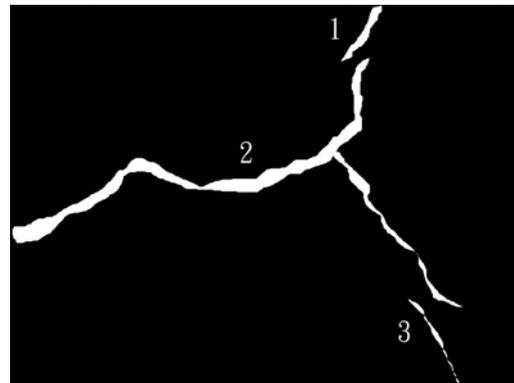


圖 2. a=0.28 在 1000 倍反黑白照片

三、驗證方法

3.1 微裂縫計算

材料裂縫密度和裂縫數目及大小有關，依據 Budiansky and O'Connell [1]對裂縫密度參數 η 的定義

$$\eta = \frac{2N}{\pi} \left\langle \frac{A^2}{P} \right\rangle \quad (1)$$

其中 N=裂縫數，A=裂縫面積，P=裂縫周長，角括弧 $\langle \rangle$ 表示量的平均值。然而，要觀測材料內部微裂縫真正的尺寸因受限於試片取樣及觀測空間限制，無法一窺微裂縫真正形狀和大小。Attigbe and Darwin [2,3]探討水泥砂漿內部 2 度空間微裂縫分布，並應用統計方法分析 3 度空間的微裂縫密度，發現水泥砂漿的微裂縫度分布接近於等向性分布。

若試片取樣及觀測具有代表性，且假設材料微裂縫呈凸面狀且尺寸都相同，則觀測 2 度空間裂縫的微裂縫密度可利用下式計算

$$\eta = \frac{8}{\pi^3} M \cdot \langle l \rangle^2 \quad (2)$$

其中 $\langle l \rangle$ = 裂縫軌跡的平均長度， M = SEM 視窗下單位面積的裂縫總數目。

$$M = \frac{n}{h \times w} \quad (3)$$

其中 n = 視窗中的裂縫數， h 與 w 分別為視窗的高度和寬度。

這裡使用公式(2)和(3)做為裂縫密度計算式，而裂縫數 n 的計算方式是將直線或接近直線的裂縫算做一條裂縫，裂縫有轉折或不連續則視為不同裂縫[4]，例如圖 2 編號 2 的裂縫是由 6 條微裂縫所組成。

3.2 水泥系材料四參數力學模型

對於高性能水泥系材料的四參數力學行為模型，以文獻[5]中彈簧及阻尼所組合成的四參數模型為基礎，如圖 3 所示， $f(t)$ 為外力，而 k_1 及 k_2 為彈簧係數， η_1 及 η_2 為阻尼係數， u_1 、 u_2 、 u_3 分別為圖中所表示各區段之變形量，而試驗過程是以位移控制，則總變形量 $u = u_1 + u_2 + u_3$ ，以圖中的關係整理計算後，並代入初始條件 $t = 0$ 外加載重 $f(t) = 0$ ，可得知：

$$f(t) = C_1 \left\{ e^{m_1 t} - \left(\frac{\eta_1 \cdot v + C_1}{C_1} \right) e^{m_2 t} \right\} + \eta_1 \cdot v \quad (4)$$

其中 C_1 為常數且

$$m_1 + m_2 = - \left\{ \frac{\eta_2 \cdot k_1 + \eta_2 \cdot [k_1 + k_2]}{\eta_1 + \eta_2} \right\}$$

$$m_1 \cdot m_2 = \frac{k_1 \cdot k_2}{\eta_1 \cdot \eta_2}$$

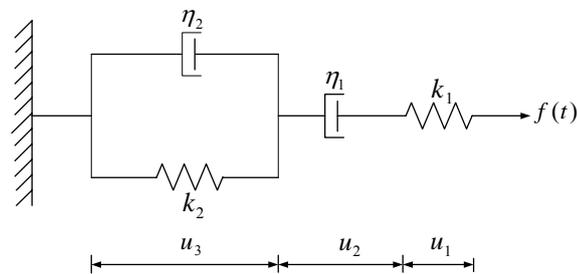


圖 3. 水泥系材料四參數力學模型

配合試驗求得的水泥系材料應力-應變行為，以試誤法求得各配比的四參數值，即可模擬出水泥系材料的應力-應變曲線。

3.3 介質理論

近代求複合材料彈性模數的理論很多，其中有 Eshelby [6] 和 Mori-Tanaka 所提出的基材平均應力的概念[7]。本文為求得複合材料內的應力及應變，考慮三相複合材料，若以 $\bar{\sigma}$ 代表外力， $\sigma^{(0)}$ 及 $\sigma^{(1)}$ 、 $\sigma^{(2)}$ 分別代表基材及介質 1、介質 2 於複合材料中的應力， L_0 為比較材彈性模數張量(elastic modulus tensor)， ε^0 為比較材的應變張量(strain tensor)， $\varepsilon^{(0)}$ 為複合材料中基材的應變張量， L_1 和 L_2 分別為介質 1 和 2 的彈性模數張量， $\varepsilon^{(1)}$ 和 $\varepsilon^{(2)}$ 為介質 1 和 2 的應變張量， L 為複合材料的彈性模數張量，而 $\bar{\varepsilon}$ 為複合材料的平均應變張量，並以 c_1 和 c_2 代表介質的體積分量， c_0 代表母材的體積分量。

經過應力與應變的轉換及計算後得知複合材料的平均應變

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon^0 + \tilde{\varepsilon} + c_1 \varepsilon^{pt(1)} + c_2 \varepsilon^{pt(2)} \quad (5)$$

其中 $\tilde{\varepsilon}$ = 由介質所引起的平均擾動應變(average perturbed strain)， $\tilde{\varepsilon}^{pt}$ = 基材和介質差異所引起的平均擾動應變。再導入 Eshelby 的等值轉換應變後求得複合材料的平均應變[8]

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon^0 + c_1 \varepsilon^{*(1)} + c_2 \varepsilon^{*(2)} \quad (6)$$

公式(6)將複合材料中的數個未知數，簡化成只有 ε^* 為未知，故只需解出 ε^* ，即可得知複合材料的應變。

當複合材料內含橢圓體(spheroidal)介質且於基材中呈三維任意方向排列時，則

$$\langle \varepsilon_{11}^* \rangle = Z_1 \varepsilon_{11}^0 + Z_2 (\varepsilon_{22}^0 + \varepsilon_{33}^0) \quad (7)$$

$$\langle \varepsilon_{22}^* \rangle = Z_1 \varepsilon_{22}^0 + Z_2 (\varepsilon_{11}^0 + \varepsilon_{33}^0) \quad (8)$$

$$\langle \varepsilon_{33}^* \rangle = Z_1 \varepsilon_{33}^0 + Z_2 (\varepsilon_{11}^0 + \varepsilon_{22}^0) \quad (9)$$

其中 Z_1 、 Z_2 可參閱文獻[9]。

3.4 三相複合材料的應力-應變行為

將含孔隙及裂縫的高性能水泥系材料視為三相複合材料(three-phase composite)，第一項介質(inclusion)為孔隙，第二相介質為微裂縫，不含孔隙及裂縫的水泥系材料視為基材(matrix)。Pan and Weng [9]採用介質理論推導三相複合材料含孔隙和裂縫的體積彈性模數 κ (elastic bulk modulus)和剪力彈性模數 μ (elastic shear modulus)，公式如下：

$$\frac{\kappa}{\kappa_0} = [4\mu_0(c_1 - 1)(9\kappa_0^2 + 24\kappa_0\mu_0 - 2\mu_0^2)] / \{c_1\kappa_0[2\mu_0^2(3 + 64\eta) + 24\kappa_0\mu_0(4\eta - 3) - 27\kappa_0^2] - 4\mu_0[3\kappa_0^2(3 + 8\eta) + 8\kappa_0\mu_0(3 + 4\eta) - 2\mu_0^2]\} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\mu}{\mu_0} = & [45(c_1 - 1)(3\kappa_0 + \mu_0)(3\kappa_0 + 2\mu_0)(9\kappa_0 + 8\mu_0)] / \{243\kappa_0^3[2c_1(8\eta - 5) - 16\eta - 15] \\ & + 81\kappa_0^2\mu_0[2c_1(64\eta - 45) - 128\eta - 85] + 6\kappa_0\mu_0^2[4c_1(352\eta - 225) - 1408\eta - 675] \\ & + 8\mu_0^3[c_1(256\eta - 135) - (2(45 + 128\eta))]\} \end{aligned} \quad (11)$$

其中 κ_0 及 μ_0 分別為不含孔隙及裂縫材料(基材)的體積模數及剪力模數。

將不含孔隙及微裂縫的正割體積模數及正割剪力模數代入公式(10)及(11)，其中孔隙含量(c_1)為未加載之試體，而裂縫密度(η)為加載至各階段的應力($0.3 f'_c$ 、 $0.5 f'_c$ 、 $0.8 f'_c$ 、 $1.0 f'_c$)的試體，即可求得不同應力時含孔隙及微裂縫的正割體積模數 κ^s 及正割剪力模數 μ^s ，且由

$$E^s = \frac{9\kappa^s \mu^s}{3\kappa^s + \mu^s} \quad (12)$$

求得正割楊氏模數後，藉由公式(6)可得介質為 3 維空間散佈的三相複合材料應變($\bar{\varepsilon}$)

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_{11}^0 + c_1 \langle \varepsilon_{11}^{*(1)} \rangle + c_2 \langle \varepsilon_{11}^{*(2)} \rangle \quad (13)$$

其中 c_1 及 $c_2(\eta)$ 分別為孔隙及裂縫含量，則

$$\varepsilon_{11}^{*(1)} = Z_1^{(1)} \varepsilon_{11}^0 + Z_2^{(1)} (\varepsilon_{22}^0 + \varepsilon_{33}^0)$$

$$\varepsilon_{11}^{*(2)} = Z_1^{(2)} \varepsilon_{11}^0 + Z_2^{(2)} (\varepsilon_{22}^0 + \varepsilon_{33}^0)$$

因此利用所求得複合材料各正割點的應變，配合正割模數的觀念延伸至應力-應變塑性段，將虎克定律(Hooke's law)公式修正成下式

$$\bar{\sigma}_{11} = E^s \bar{\varepsilon} \quad (14)$$

故只需計算應變($\bar{\varepsilon}$)及正割楊氏模數(E^s)，便可繪出複合材料的應力-應變曲線。

四、結果與分析

4.1 觀測條件

材料微裂縫會因外在觀察條件不同而有不同的值，本文將試體分為加載前後、觀測試體上中下位置、觀測方法有固定點位和隨機取點及四種骨材含量($a=0$ 、 0.28 、 0.5 、 0.67)來探討裂縫密度與放大倍率關係。

圖 4 是砂漿($a=0.28$)在加載後觀測試體上中下部位的裂縫密度比較，在試體分為三等分比較裂縫密度，並無明顯差異；當觀測倍率到達 3000 倍之後，任何位置的裂縫密度觀測值會相同，且隨放大倍率增加會趨近於一漸近值(asymptotic value)。圖 5 是砂漿($a=0.28$)試體加載後選取試

體中間區塊進行固定點和隨機取點觀測裂縫密度的比較，其中固定點觀測是將試片分成四等份，而隨機取點是針對裂縫較為明顯且有較多裂縫的觀測，雖然圖中顯示隨機取點的裂縫密度較固定點位的裂縫密度來得大，但當觀測倍率在 3000 倍以上時兩種觀測方法的裂縫密度值約略相同。圖 6 是砂漿($a=0.28$)試體加載至破壞以隨機點位方式觀測受到不同應力時的裂縫密度，當試體從未加載、 $0.3 f'_c$ 、 $0.5 f'_c$ 、 $0.8 f'_c$ 、 f'_c 時裂縫密度會隨著加載應力增加而變大，因為一開始未加載時，試體本身已經有小微裂縫的產生，可能因為澆置過程或是乾縮引起，故當加載應力逐漸增加會使小微裂縫連結成大裂縫，故裂縫密度會跟著變大，但當觀測倍率在 3000 倍以上時，加載至不同應力的裂縫密度值約略相同。

另外，圖 7 是試體加載後以隨機取點方式觀測不同骨材含量的裂縫密度，當骨材含量由 $a=0$ 逐漸增加到 $a=0.67$ 時裂縫密度會隨著骨材含量的增加而變大，這可能是骨材和膠結材界面有額外的裂縫產生所造成的，因此裂縫密度也會比較高；然而，比較砂漿為 $a=0.67$ 材料與其他材料的裂縫密度關係，發現砂漿($a=0.67$)的裂縫密度反而降低，由試體觀測及材料的彈性模數得知，此時砂漿($a=0.67$)材料內的膠結材不足，造成許多孔洞而影響裂縫成長及強度的發展，因此砂漿($a=0.67$)在模擬力學性質及應力-應變行為時不加以探討。

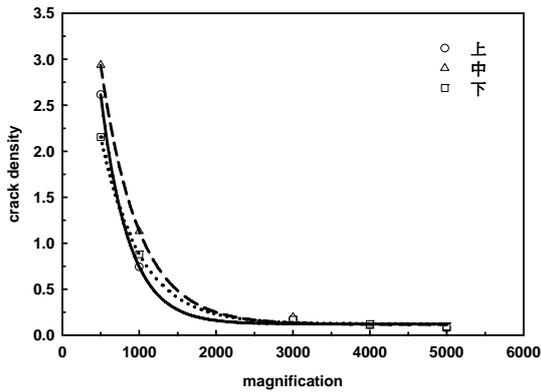


圖 4 砂漿($a=0.28$)試體上中下位置的裂縫密度

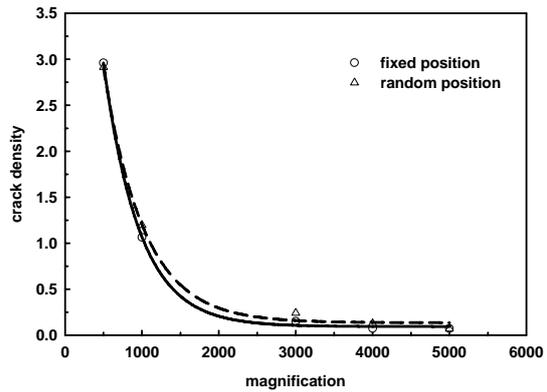


圖 5 砂漿($a=0.28$)不同觀測方法之裂縫密度

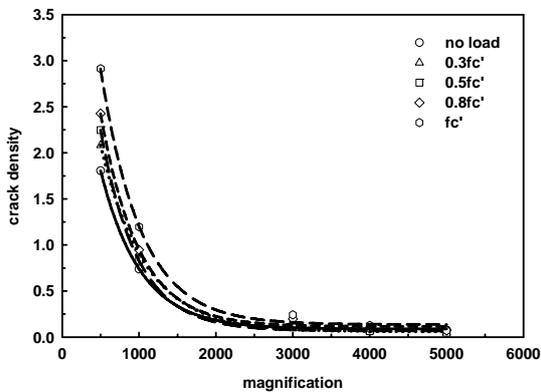


圖 6 砂漿($a=0.28$)加載不同應力之裂縫密度

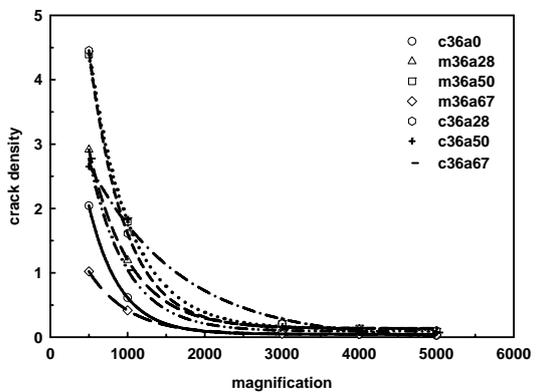


圖 7 不同配比之裂縫密度和放大倍率

4.2 理論驗證

4.2.1 四參數力學模型模擬水泥系材料

本研究以四參數力學模型[5]模擬高性能水泥系材料之應力-應變行為。由電腦模擬四參數力學模型的高性能水泥系材料之應力-應變行為，可求得 k_1 、 k_2 、 η_1 及 η_2 四個參數。將所求得之四個參數值代入公式(4)中可求得各材料配比之應力-應變曲線，圖 8 至圖 11 為高性能水泥系材料試驗值與力學模型求得的模擬值比較，其中實線為試驗所求取之應力-應變曲線，點線為力學模型模擬複合材料應力-應變曲線，明顯看出四參數力學模型模擬高性能水泥系材料應力-應變曲線與試驗所得應力-應變曲線相當接近，表示四參數力學模型可合理的預估水泥系材料於的應力-應變行為及彈性模數。

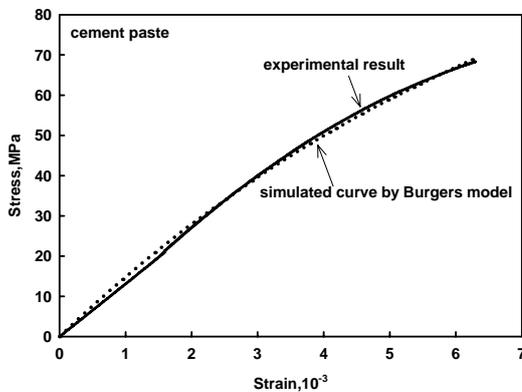


圖 8 模擬水泥漿($a=0$)

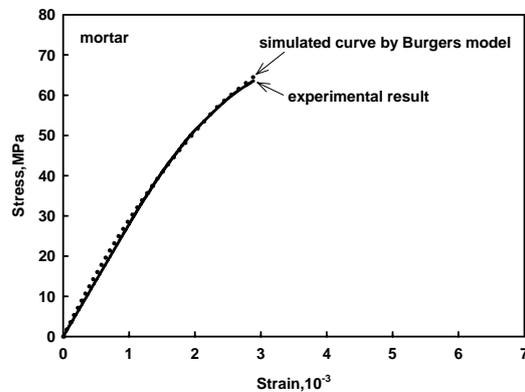


圖 9 模擬砂漿($a=0.28$)

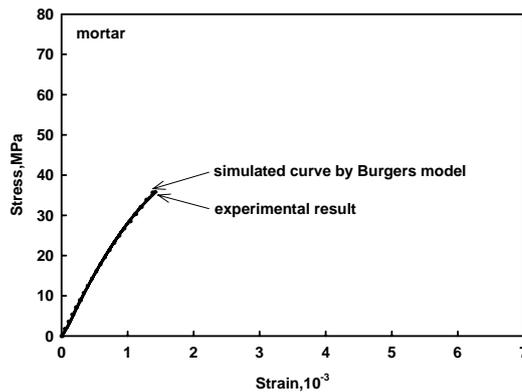


圖 10 模擬砂漿($a=0.50$)

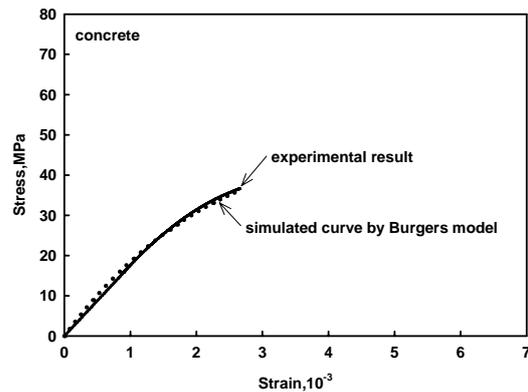


圖 11 模擬混凝土($a=0.50$)

4.2.2 模擬不含孔隙及裂縫水泥系材料之應力-應變行為

由於試驗無法求得不含孔隙及裂縫高性能水泥系材料的應力-應變行為，故必須將四參數力學模型所求得之含孔隙及微裂縫之正割彈性模數，同時配合三相複合材料理論來反推不含孔隙和裂縫應力-應變曲線。

採用未施加载重的水泥系材料，先量測其孔隙(c_1)及裂縫(η)，並依據四參數力學模型所模

擬的應力-應變行為計算求得正割楊氏模數 E^s 和柏松比 ν ，在模擬過程中，裂縫密度是由等權重的方式取求。經由公式(10)及公式(11)計算求得不含孔隙及裂縫水泥系材料的正割剪力模數(μ_0^s)以及正割體積模數(κ_0^s)。由四參數力學模型計算求得 $\bar{\varepsilon}$ ，同時配合三相複合材料理論，求出不含孔隙及微裂縫的應變(ε_{11}^0)，並將已知的 E_0^s 及 $\bar{\varepsilon}_{11}$ 代入 $\sigma_{11}^0 = E_0^s \varepsilon_{11}^0$ 可求得不含孔隙及裂縫高性能水泥系材料的應變及所對應的應力。

圖 12 至圖 15 為三相複合材料模擬不含孔隙及裂縫之高性能水泥系材料應力-應變行為，其中實線為含孔隙及裂縫材料經試驗所求取的應力-應變曲線，點線為不含孔隙及微裂縫水泥系材料的應力-應變曲線，由圖中可明顯看出，不含孔隙及裂縫的水泥系材料強度較含孔隙及微裂縫的水泥系材料高，且在受到相同載重下變形較小，故不含孔隙及微裂縫的水泥系材料之應力-應變行為可做為三相複合材料理論模擬含孔隙及裂縫水泥系材料的應力-應變行為依據。

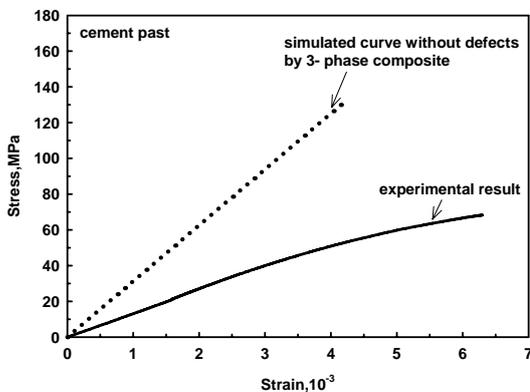


圖 12 模擬不含孔隙及裂縫之水泥漿($a=0$)

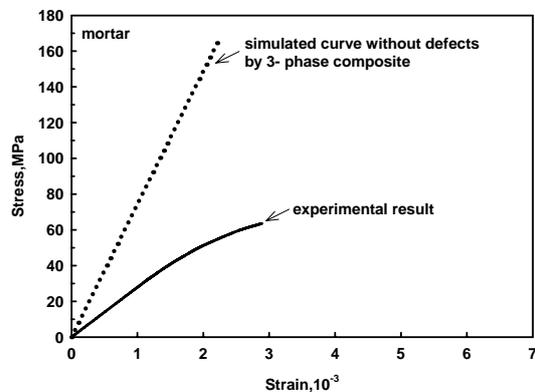


圖 13 模擬不含孔隙及裂縫之砂漿($a=0.28$)

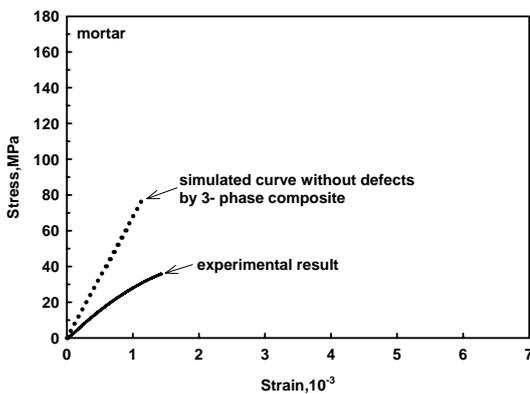


圖 14 模擬不含孔隙及裂縫之砂漿($a=0.50$)

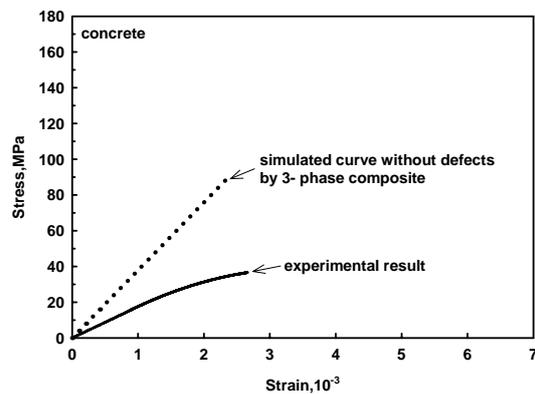


圖 15 模擬不含孔隙及裂縫之混凝土($a=0.50$)

4.2.3 模擬含孔隙及裂縫水泥系材料之應力-應變行為

本研究目的，即是藉由四參數力學模型及三相複合材料理論反推不含孔隙及裂縫高性能水泥系材料的應力-應變行為，可模擬出不同加載狀態下之應力-應變行為。

在 Pan[9]得知裂縫形狀和材料性質影響極小，故本研究採取圓形裂縫($\alpha \rightarrow 1$)。經由公式(17)

及公式(18)計算求得水泥系材料的正割剪力模數(μ^s)以及正割體積模數(κ^s)，且求得正割楊氏模數後，由公式(13)可以求得三相複合材料應變 $\bar{\epsilon}$ ，將已知的不同載重階段 E^s 及 $\bar{\epsilon}$ ，代入公式(14)可求得含孔隙及裂縫高性能水泥系材料的應變及所對應的應力。圖 16 至圖 19 為三相複合材料模擬高性能水泥系材料之應力-應變行為，實線為試驗應力-應變曲線，點線為三相複合材料模擬高性能水泥系材料應力-應變曲線，由這四個圖發現三相複合材料的應力-應變行為與試驗所求得的應力-應變行為相當接近，但試驗值與模擬值不完全重合，是因為模擬時只考慮了孔隙及微裂縫對水泥系材料的影響，並沒考慮施加载重時所可能產額外結構改變，但仍在可接受的範圍內，其這範圍是由強度來界定，而水泥漿、砂漿及混凝土的應力-應變行為分別在 80%、70%及 70%之強度範圍內是可行的，是因為三相複合材料理論模擬這強度範圍內的應力-應變行為是非常接近甚至是吻合的，故三相複合材料預測高性能水泥系材料的應力-應變行為的理論是可行的。

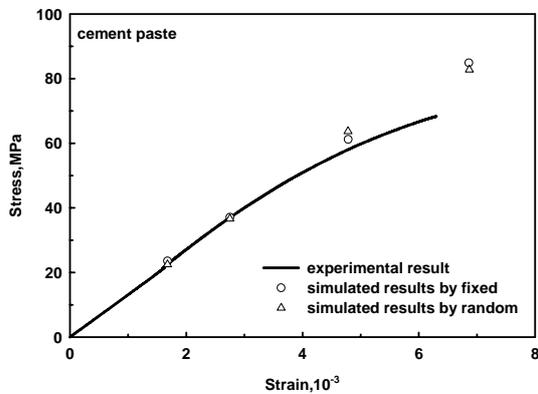


圖 16. 模擬含孔隙及裂縫之水泥漿($a=0$)

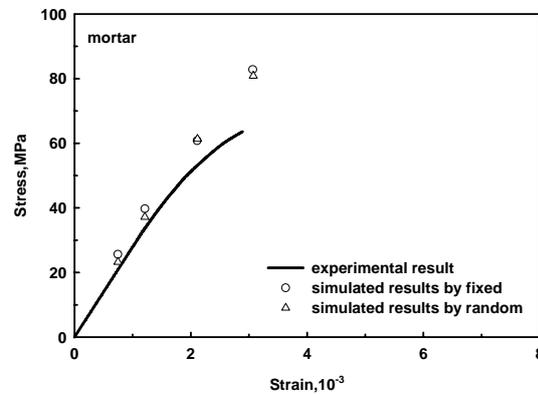


圖 17. 模擬含孔隙及裂縫之砂漿($a=0.28$)

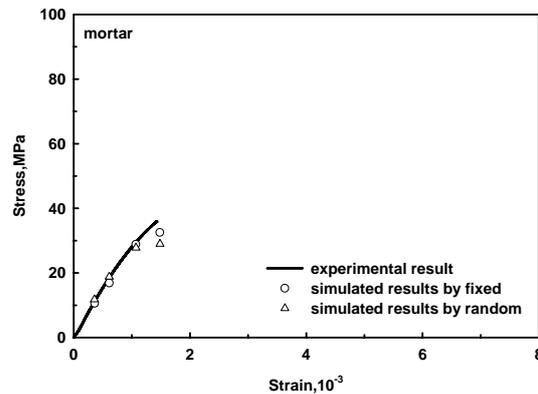


圖 18 模擬含孔隙及裂縫之砂漿($a=0.50$)

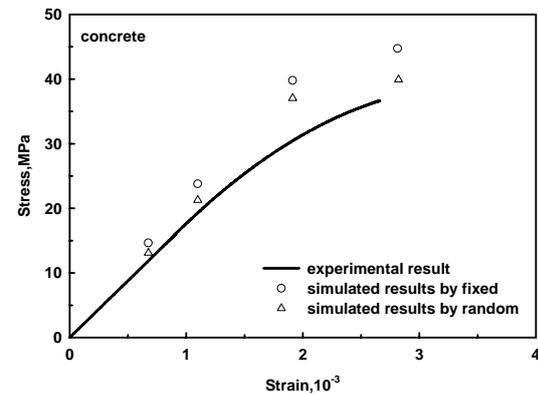


圖 19 模擬含孔隙及裂縫之混凝土($a=0.50$)

五、結論

在本研究中，由兩個彈簧(k_1 、 k_2)及兩個阻尼(η_1 、 η_2)所構成的四參數力學模型，用以模擬本研究中各材料配比的水泥系材料的應力-應變行為，在圖 8 至圖 11 中發現，以力學模型配合介質理論預測所得應力-應變曲線皆與試驗所得應力-應變曲線相當接近，表示四參數力學模型可合理的預估水泥系材料於的應力-應變行為及彈性模數，配合所提出的三相複合材料理論可預

測含孔隙及裂縫水泥系材料的應力應變曲線。在圖 16 至圖 19 顯示，所提出的模擬方法所得的應力-應變行為與試驗所求得的應力-應變行為相當接近，雖然試驗值與模擬值不完全重合，但水泥漿、砂漿及混凝土的應力-應變行為分別在 80%、70%及 70%之強度範圍內是可行的，是因為三相複合材料理論模擬這強度範圍內的應力-應變行為是非常接近甚至是吻合的，故三相複合材料預測高性能水泥系材料的應力-應變行為的理論是可行的。

參考文獻

- [1] Budiansky, B., and O'Connell, R.J., "Elastic Moduli of a Crack Solid," *Int. J. Solids Structures*, Vol.12, pp.81-97 (1976).
- [2] Attiogbe, E.K., and Darwin, D., "Correction of Window Size Distortion of Crack Distributions on Plane Sections," *Journal of Microscopy*, Vol.114, part1, pp.71-82 (1986).
- [3] Attiogbe, E.K., and Darwin, D., "Submicrocracking in Cement Paste and Mortar," *ACI Journal*, No.84-M43, pp.491-500 (1987).
- [4] 賴崇胡，「含裂縫水泥漿和砂漿應力-應變行為」，碩士論文，國立高雄應用科技大學土木工程與防災科技研究所，高雄(2004)。
- [5] 郭聰慧，「介質理論模擬水泥基複合材料應力-應變行為」，碩士論文，國立高雄應用科技大學土木工程與防災科技研究所，高雄(2003)。
- [6] Eshelby, J. D., "The Determination of Elastic Field of an Ellipsoial Inclusion, and Relation Problem", *Proceedings of the Royal Society, London*, Vol. A241, pp. 376-396 (1957).
- [7] Mori, T., and Tanaka, K., "Average Stress in the Matrix and Average Elastic Energy of Materials with Misfitting Inclusions," *Acta Metall.*, Vol.21, pp.571-574 (1973).
- [8] Weng, G.J., "Some Elastic Properties of Reinforced Solids, with Special Reference to Isotropic Ones Containing Spherical Inclusion," *Int. J. Engng. Sci.*, Vol.22, pp.845-856 (1984).
- [9] 潘煌鏗，「裂縫形狀對等向性脆性材料性質的影響」，*結構工程*, Vol. 8, No. 1, (1993)