

# 模擬鋼筋混凝土腐蝕殘留應力

蔡志中 潘煌鏗

高雄應用科技大學土木工程系

## 摘要

本研究利用介質理論的均值法及厚壁管模式來模擬鋼筋混凝土的腐蝕殘留應力，並與 7 個腐蝕試體比較。將鋼筋混凝土視為一雙相複合材料，其中混凝土視為等向性材料的基材，鋼筋為具立方結構性質的介質，因鋼筋在複合材料內部為單方向排列，因此整體的鋼筋混凝土具有橫等向性特性。實驗驗證是以電流加速鋼筋腐蝕，並量測混凝土受到鋼筋腐蝕的膨脹應變；且以電化學原理的直流線性極化法測得鋼筋腐蝕率、極化阻抗及塔弗常數，利用重量損失法計算鋼筋腐蝕應變。由比較結果得知，在腐蝕過程中，距離鋼筋 4cm 的混凝土理論膨脹應力和應變與實驗值最為接近，且混凝土環狀膨脹應力是控制鋼筋混凝土腐蝕損傷的主要殘留應力。因此所提出計算混凝土殘留應力和應變的方法可以有效的模擬鋼筋混凝土在不同保護層的腐蝕殘留應力，並藉此判斷混凝土是否已損傷或達到破裂程度。

**關鍵詞：**均質法，腐蝕殘留應力，鋼筋混凝土。

## 1. 前言

鋼筋混凝土結構物中，細微裂縫中如果受到雨水、海水侵蝕會導致內部鋼筋開始腐蝕。當鋼筋開始腐蝕時，鋼筋周圍會開始產生鐵銹，這些鐵銹生成物的體積通常會膨脹到原來的 3~7 倍，當鐵銹擠壓到鋼筋周圍的混凝土時，會使混凝土承受一膨脹應力。當混凝土膨脹應力超過混凝土所能承受拉應力時，混凝土即會產生裂縫，腐蝕時間越長，裂縫越擴大，到最後混凝土即會呈現開裂。

以往判斷建築物的腐蝕狀況只能利用儀器量測鋼筋腐蝕率，以腐蝕率判斷結構物是否已達到危害的程度，但卻忽略了混凝土本身才是最重要的探討對象。

本文以介質理論探討鋼筋混凝土因受鋼筋腐蝕膨脹的殘留應力，將鋼筋混凝土

當作一雙相複合材料，其中混凝土為基材，鋼筋為介質。當鋼筋腐蝕時會有一膨脹的腐蝕應變  $\varepsilon^{**}$  作用在鋼筋與混凝土交界處，利用 Eshelby-Mori-Tanaka 理論[1-2] 可計算混凝土的平均腐蝕殘留應力  $\bar{\sigma}^{(0)}$  與應變  $\bar{\varepsilon}^{(0)}$ 。另外，結合厚壁管原理[3]來計算距離鋼筋界面某位置的混凝土腐蝕殘留應力  $\sigma^{(0)}$  與應變  $\varepsilon^{(0)}$ ，這些理論計算的混凝土應力與試驗量測的混凝土應力比較，以判斷鋼筋混凝土因鋼筋腐蝕是否會產生開裂，可做為工程上防蝕和維修補強的參考依據。

## 2. 實驗計畫

試驗目的主要是取得鋼筋腐蝕時的混凝土膨脹應變  $\varepsilon^{(0)}$  與鋼筋腐蝕應變  $\varepsilon^{**}$ 。首先利用抗壓實驗求出混凝土的基本力學性

質，並以劈裂試驗獲得混凝土的最大抗拉應力。

腐蝕試驗則是利用直流電源供應器提供定電流讓鋼筋加速腐蝕，使鋼筋生成鐵銹，並進行量測。此量測包括(1)在混凝土表面上及內部貼附應變規，當鋼筋腐蝕階段，量測混凝土受到腐蝕所產生的應變  $\varepsilon^{(0)}$ ，此應變可計算混凝土的腐蝕殘留應力  $\sigma^{(0)}$ ；(2)鋼筋混凝土試體受腐蝕膨脹期間，利用電化學原理定時量測鋼筋的腐蝕電流密度，藉所量測的腐蝕電流來計算鋼筋腐蝕的損失重量，並經損失重量換算成鋼筋腐蝕應變  $\varepsilon^{**}$ 。

## 2.1 應變規量測

考慮到骨材含量對鋼筋腐蝕速率的影響，本試驗採用單一配比，將水灰比設定在 0.45。

腐蝕試體為圓柱試體，尺寸是  $\Phi 10 \times 20 \text{cm}$ ，如圖 1 所示，在混凝土正中央插入 #4 竹節鋼筋，埋入長度為 20cm。

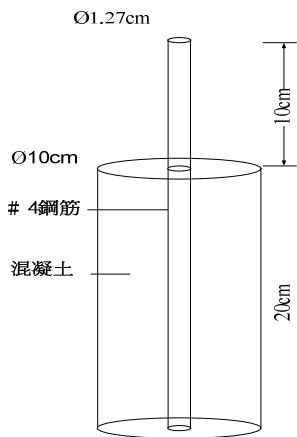


圖 1. 圓柱腐蝕試體尺寸

試體有三種不同保護層厚度，混凝土在灌漿凝固前，分別埋入 #4 竹節鋼筋與階梯狀的壓克力模型，埋入壓克力模型目的是要試體具有不同的保護層厚度，保護層厚度分別距鋼筋表面 1cm、2cm、4cm。壓克力模於混凝土養護 28 天後拆除，圖 2

為壓克力拆除後的圓柱腐蝕試體。在試體不同保護層厚度位置貼上應變規，每一層保護層位置的應變規與 2 軸平行，如圖 3。



圖 2. 腐蝕試體實物照

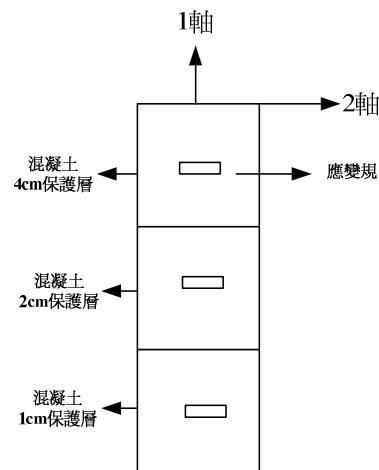


圖 3. 混凝土保護層貼附應變規

## 2.2 加速腐蝕試驗

加速腐蝕試驗是要鋼筋快速產生化學反應以生成鐵銹如  $\text{Fe}(\text{OH})_2$  與  $\text{Fe}(\text{OH})_3$ ，達到鋼筋加速腐蝕目的。

將試體泡在 10cm 高的 3.5wt% NaCl 水溶液中，直流電源供應器正極導線接於鋼筋表面，負極接於鈦網，如圖 4，並由直流電源供應器施以直流電 0.5A。

使用 AutoLab 恆電位儀量測混凝土受腐蝕開裂的腐蝕率，其中恆電位儀以循環伏安法量測鋼筋混凝土試體的鋼筋腐蝕率，如圖 5。利用恆電位儀分析腐蝕率及

鋼筋腐蝕基本性質，來計算鋼筋腐蝕應變，並取得電壓與電流關係圖。試體腐蝕電流量測公式為[4]

$$i_{\text{corr}} = \frac{\beta_a * \beta_c}{2.303 * R_p * (\beta_a + \beta_c)} \quad (1)$$

式中  $i_{\text{corr}}$  = 腐蝕電流， $\beta_a$  = 陽極塔弗常數 (Tafel Constant)， $\beta_c$  = 陰極塔弗常數， $R_p$  = 極化阻抗。

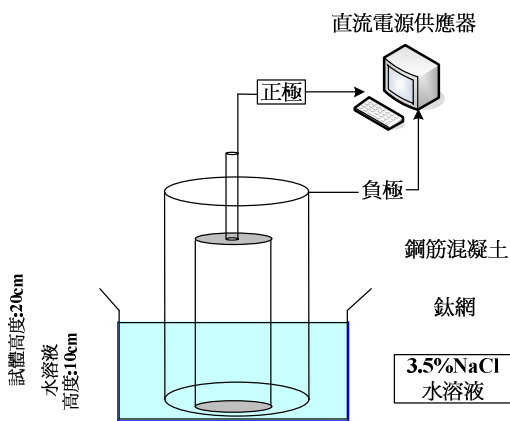


圖 4.加速腐蝕試驗示意圖

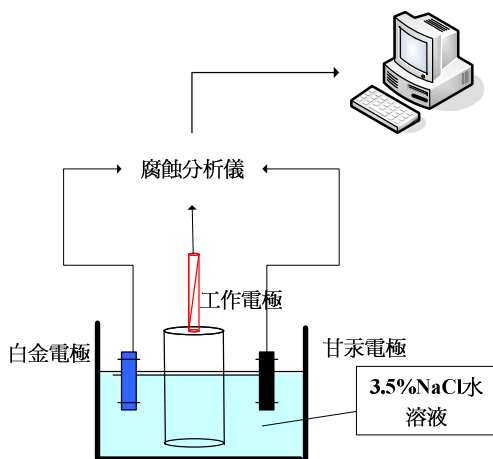


圖 5.恆電位儀量測鋼筋腐蝕率示意圖

### 2.3 混凝土劈裂強度

根據 ASTM C496/C496M 規範，製作  $\phi 10 \times 20\text{cm}$  圓柱試體，以 MTS 材料試驗機進行劈裂試驗，主要目的是要獲得混凝土

的抗拉應力-應變關係，結果如圖 6，以換算混凝土受到拉應變時的拉應力。由圖 6 得知，混凝土劈裂應力值為 2.2MPa，平均劈裂破壞應變值為 0.00055，圖中的虛線是以外插法來計算超過破裂應力曲線。

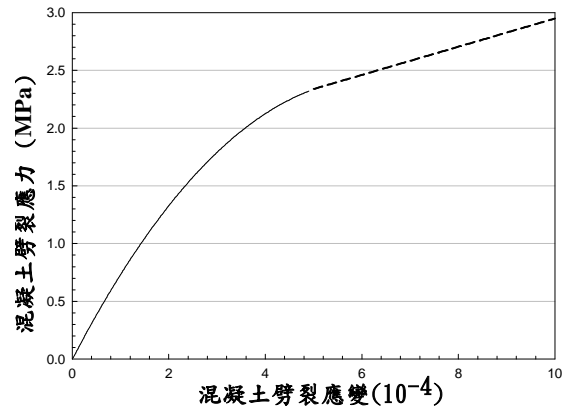


圖 6.混凝土劈裂試驗

## 3. 理論分析

### 3.1 材料彈性模數

假設混凝土為等向性材料(isotropy)，彈性模數  $L_0$  有兩個獨立彈性模數，經試驗得知剪力模數  $\mu_0 = 11.3 \text{ GPa}$  和體積模數  $\kappa_0 = 13.9 \text{ GPa}$ 。已知鋼筋具立方晶體結構(cubic structure)，彈性模數  $L_1$  有三個獨立常數[5]： $C_{11}^{(1)} = 228 \text{ GPa}$ ， $C_{12}^{(1)} = 132 \text{ GPa}$ ， $C_{44}^{(1)} = 116.5 \text{ GPa}$ 。

當鋼筋加入混凝土作為介質時，鋼筋的排列為一維方向排列，如圖 7 所示。以整體來看，鋼筋混凝土(複合材料)為橫等向性材料(transverse isotropy)，其彈性模數  $L$  有 5 個獨立彈性常數：

$$L = (2\kappa_{23}, C_{12}, C_{11}, 2\mu_{23}, 2\mu_{12}) \quad (2)$$

式中  $\kappa_{23}$  = 平面應變下的體積模數， $C_{11}$  和  $C_{12}$  為彈性常數， $\mu_{23}$  = 橫向剪力彈性模數， $\mu_{12}$  = 軸向剪力彈性模數。

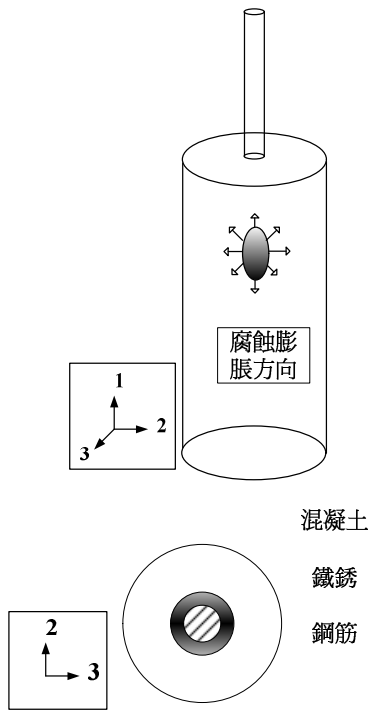


圖 7.鋼筋混凝土試體排列示意圖

### 3.2 腐蝕膨脹行為

若鋼筋腐蝕前的混凝土和鋼筋彼此間接觸良好，但鋼筋腐蝕時會產生鐵銹而具有腐蝕應變  $\varepsilon^{**}$ 。

鋼筋產生腐蝕膨脹時，混凝土會受到鐵銹生成物的擠壓，以鐵銹生成方向來看，混凝土會受到三軸方向的膨脹應變。假設在鋼筋混凝土某處發生腐蝕，如圖 7 所示，此時腐蝕的方向可分為與鋼筋排列平行方向(1 軸方向)，及與鋼筋垂直排列方向(2、3 軸方向)。

當鋼筋混凝土產生腐蝕裂縫時，混凝土的腐蝕破裂形式如圖 8 所示。圖 8(a)的混凝土產生縱向的腐蝕裂縫(即與鋼筋排列方向平行)，此時混凝土具有橫向的腐蝕殘留應力  $\sigma_2^{(0)} = \sigma_3^{(0)}$  與橫向的腐蝕殘留應變  $\varepsilon_2^{(0)} = \varepsilon_3^{(0)}$ 。當混凝土產生橫向的腐蝕裂縫(與鋼筋排列方向垂直)，如圖 8(b)，此時混凝土則存在有軸向的殘留應力  $\sigma_1^{(0)}$  與軸向的殘留應變  $\varepsilon_1^{(0)}$ 。因此，觀察混凝土的腐蝕裂縫，可以判斷混凝土受到何種腐蝕膨脹應力控制。

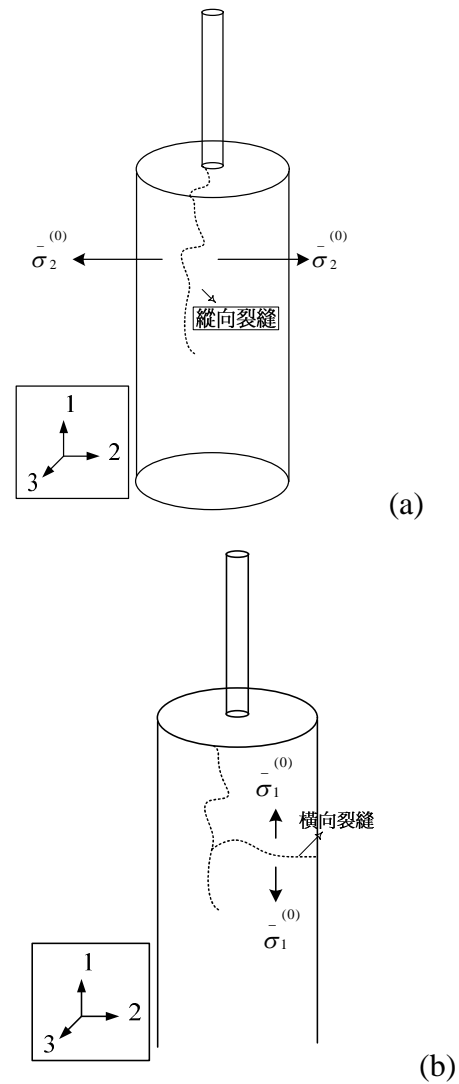


圖 8.鋼筋混凝土腐蝕裂縫分類

### 3.3 均值法

若橫等向性複合材料沒有承受任何外力作用，但是介質有非應力作用(stress-free)的腐蝕應變  $\varepsilon^{**}$  存在時，Pan 和 Weng[6]利用 Eshelby-Mori-Tanaka 理論推導出含橫等向性介質的基材殘留應力如下：

$$\bar{\sigma}_1^{(0)} = a_{11}\varepsilon_{11}^{**} + a_{12}(\varepsilon_{22}^{**} + \varepsilon_{33}^{**}) \quad (3)$$

$$\bar{\sigma}_2^{(0)} = a_{21}\varepsilon_{11}^{**} + a_{22}(\varepsilon_{22}^{**} + \varepsilon_{33}^{**}) \quad (4)$$

其中  $a_{11}$ 、 $a_{12}$ 、 $a_{21}$ 、 $a_{22}$  為材料參數且基材的應力  $\bar{\sigma}_1^{(0)}$  和  $\bar{\sigma}_2^{(0)}$  為平均應力。

當介質為鋼筋，而鋼筋是立方體結構

材料，此時材料參數可以改寫如下：

$$a_{12} = \frac{c_1}{q} \{ (C_{12}^{(1)2} - \kappa_{23}^{(1)} C_{11}^{(1)}) \cdot [(3\kappa_0 - 2\mu_0) \frac{1-2\nu_0}{2(1-\nu_0)}] - c_0 [(3\kappa_0 - 2\mu_0)(C_{12}^{(1)2} - \kappa_{23}^{(1)} C_{11}^{(1)}) + 9\kappa_0 \mu_0 C_{12}^{(1)}] \frac{1-2\nu_0}{2(1-\nu_0)} \}$$

$$a_{21} = \frac{c_1}{q} \{ (C_{12}^{(1)2} - \kappa_{23}^{(1)} C_{11}^{(1)}) \cdot [(3\kappa_0 - 2\mu_0) \frac{1-2\nu_0}{1-\nu_0} - 6\mu_0 \frac{\nu_0}{2(1-\nu_0)}] - c_0 [(3\kappa_0 - 2\mu_0)(C_{12}^{(1)2} - \kappa_{23}^{(1)} C_{11}^{(1)}) + 9\kappa_0 \mu_0 C_{11}^{(1)}] \frac{1-2\nu_0}{2(1-\nu_0)} \}$$

$$a_{22} = \frac{c_1}{q} \{ (C_{12}^{(1)2} - \kappa_{23}^{(1)} C_{11}^{(1)}) \cdot [(3\kappa_0 + \mu_0) \frac{1-2\nu_0}{2(1-\nu_0)}] - c_0 [(3\kappa_0 + \mu_0) \cdot (C_{12}^{(1)2} - \kappa_{23}^{(1)} C_{11}^{(1)}) + 9\kappa_0 \mu_0 C_{12}^{(1)}] \frac{1-2\nu_0}{2(1-\nu_0)} \}$$

其中  $\kappa_{23}^{(1)} = \frac{1}{2}(C_{11}^{(1)} + C_{12}^{(1)})$  為鋼筋的平面體積模數， $\nu_0 = 0.18$  為混凝土的柏松比， $q$  為材料參數[6]。

### 3.4 厚壁管原理

假設由上節所計算的混凝土平均殘留應力  $\bar{\sigma}_1^{(0)}$  和  $\bar{\sigma}_2^{(0)}$  位於鋼筋和混凝土的界面處，要模擬距離鋼筋不同位置的混凝土殘留應力，可利用厚壁管原理來計算，換句話說，將鋼筋混凝土視為一厚壁管，鋼筋部分取代了管內中空的位置，如圖 7。

當鋼筋腐蝕膨脹時，厚壁管內部周圍會產生一環向拉應力，使混凝土產生膨脹應力，此環向拉應力會隨著距離鋼筋越遠而逐漸變小。依據不同保護層厚度(離鋼筋的距離)，可以得到環向拉應力的比例關係，因此由厚壁管原理的比例關係可得到

距離鋼筋某點厚度(保護層)的混凝土膨脹應力

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{r_i^2 + (r_i r_0 / r_1)^2}{r_i^2 + (r_i r_0 / r_2)^2} \quad (5)$$

式中  $\sigma_1$  = 鋼筋周圍的混凝土殘留應力，等於由介質理論計算的  $\bar{\sigma}_2^{(0)}$ ； $\sigma_2$  = 保護層厚度的混凝土殘留應力； $r_i$  = 鋼筋半徑， $r_0$  = 混凝土最外層半徑。

## 4. 實驗結果與理論比較

### 4.1 實驗結果

經觀察腐蝕試體因鋼筋腐蝕膨脹導致混凝土破裂得知，腐蝕裂縫只是局部性的破裂，並不是整體混凝土破裂。所以當試體某位置因鋼筋腐蝕而導致破裂時，混凝土其他處也因為鐵銹繼續產生膨脹，整體還是繼續膨脹，導致所量測出來的腐蝕應變變異太大，且因為鋼筋腐蝕必須長時間的觀察，外在環境也會對量測的數值有影響。所以必須對各試體量測結果做統計分析與找出變異，予以適當擷取。

本試驗有 7 個腐蝕試體，利用恆電位儀以每 6 小時定時記錄鋼筋腐蝕電流密度，並且在腐蝕試體表面產生破裂時，取得當時破裂的腐蝕電流密度，如圖 9。結果顯示腐蝕電流密度與腐蝕時間約略呈正比關係，其中有部份曲線的尾端有突然轉折現象，這是因為腐蝕試體已產生腐蝕裂縫，產生外部電解溶液和腐蝕溶液接觸而有電流密度激增情形。

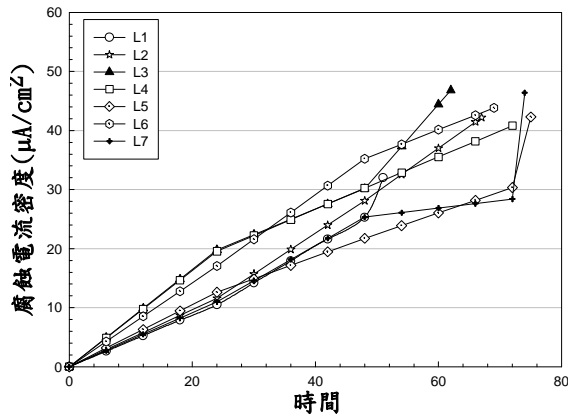


圖 9.鋼筋腐蝕電流密度

當鋼筋生成鐵銹種類不同時，會影響到鐵銹膨脹體積，甚至鐵銹在鋼筋周圍生成厚度，也影響到鋼筋腐蝕應變，因此必須確認在試體上鋼筋腐蝕生成的鐵銹類型為何種類型。Bhargava *et al.* [7]考慮全部鐵銹類型的鐵銹生成物，找出最可能形成鐵銹物的類型  $\alpha_{rust}$ 。經由實驗所量測出來的腐蝕電流，然後根據  $\alpha_{rust}$  與時間的關係，可以計算得知鋼筋腐蝕應變  $\epsilon^{**}$  的變化 [8]，結果如圖 10 所示。

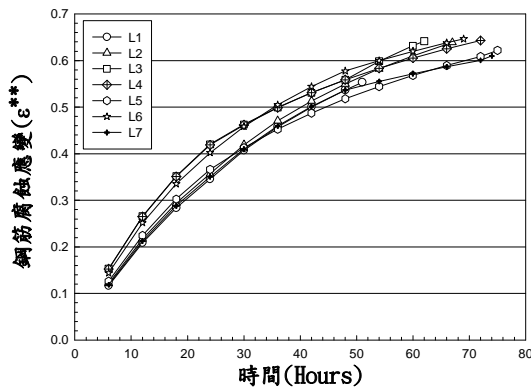


圖 10.腐蝕時間與鋼筋腐蝕應變關係

## 4.2 理論比較

### 4.2.1 混凝土腐蝕殘留應力

因腐蝕試體破裂產生的混凝土表面裂縫，大都是 1 軸方向走向 (與鋼筋平行的方向)，即與鋼筋垂直的方向的混凝土膨脹應力  $\sigma_2^{(0)}$  遠大於  $\sigma_1^{(0)}$ 。因此，這裡只比較

混凝土的理論與試驗腐蝕殘留應力  $\sigma_2^{(0)}$ 。

由圖 10 求出不同時間點的鋼筋腐蝕應變  $\epsilon^{**}$  代入(4)，可求得混凝土在鋼筋附近的理論平均殘留應力  $\bar{\sigma}_2^{(0)}$ ，並經由(5)算出不同保護層厚度(1cm、2cm、4cm)的殘留應力  $\sigma_2^{(0)}$ ，結果顯示在圖 11。

由圖 11 可以得知，因 1cm 保護層混凝土膨脹應力過大，在前 6 小時之前已產生腐蝕裂縫，無法比較，因此這裡只比較 2cm 與 4cm 保護層的殘留應力。很明顯的，混凝土未開裂前的理論應力非常接近試驗值，這顯示本文所提出的模擬混凝土腐蝕殘留應力的方法是可行的。

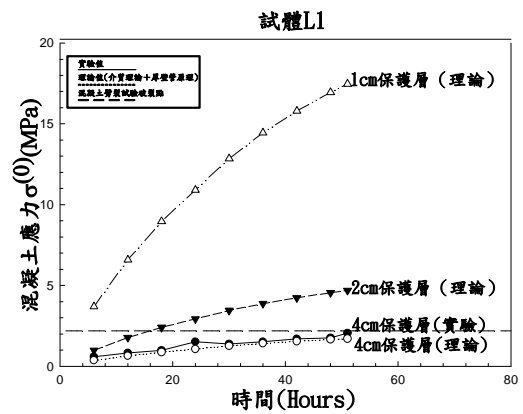


圖 11 (a).混凝土理論與實驗殘留應力

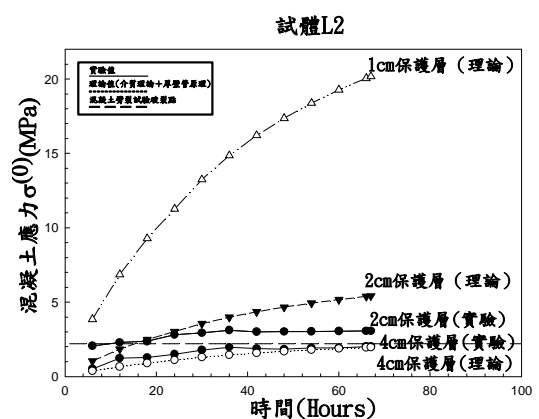


圖 11 (b). 混凝土理論與實驗殘留應力

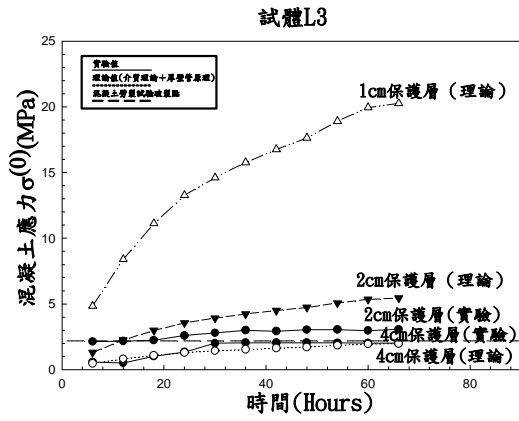


圖 11 (c). 混凝土理論與實驗殘留應力

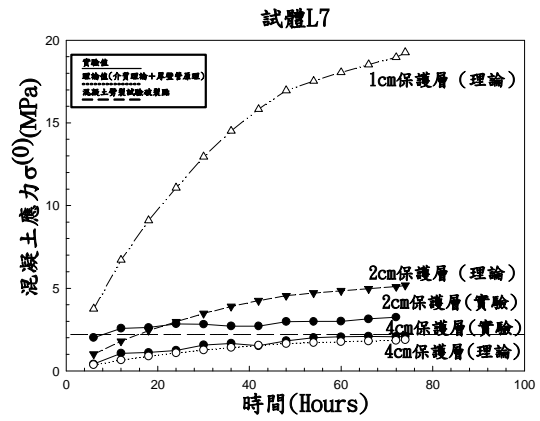


圖 11 (g). 混凝土理論與實驗殘留應力

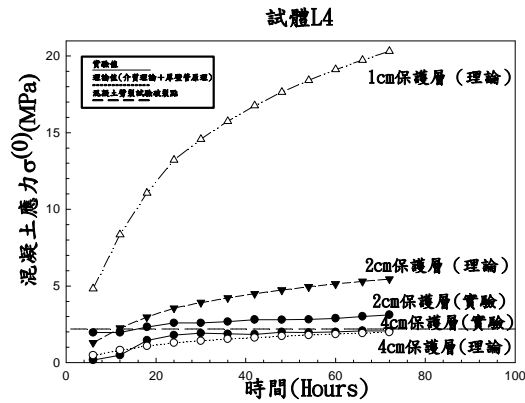


圖 11 (d). 混凝土理論與實驗殘留應力

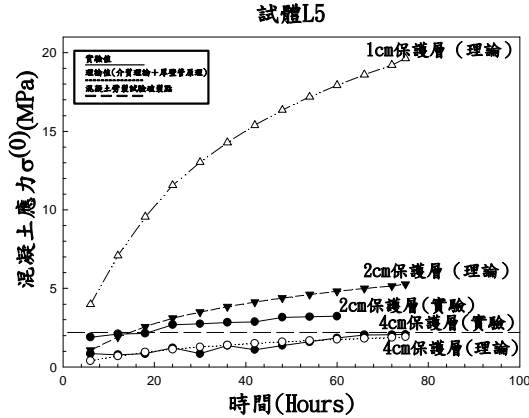


圖 11 (e). 混凝土理論與實驗殘留應力

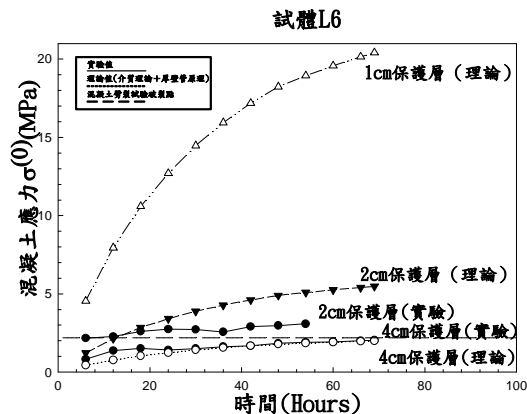


圖 11 (f). 混凝土理論與實驗殘留應力

#### 4.2.2 混凝土腐蝕殘留應變

比較三種混凝土保護層厚度的試驗與理論殘留應變，如圖 12 所示。由計算觀察可以得知，試體最小誤差範圍大約在 2% 上下，最大誤差範圍在 40% 上下，其中誤差超過 40% 大都發生在 6~24 小時之間。與應力相似，在保護層厚度 4cm 處的理论預測非常接近試驗值。

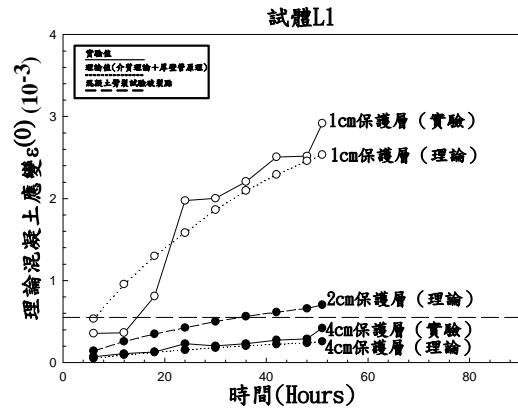


圖 12 (a). 混凝土理論與實驗殘留應變

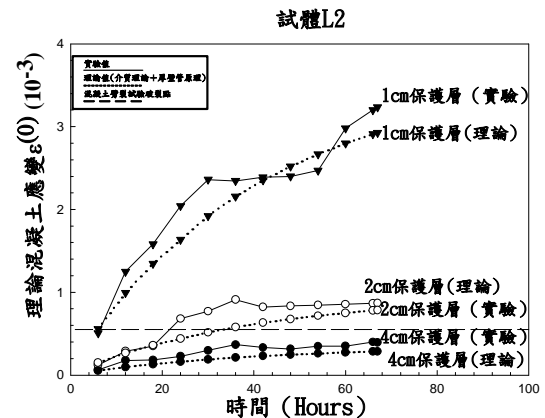


圖 12 (b). 混凝土理論與實驗殘留應變

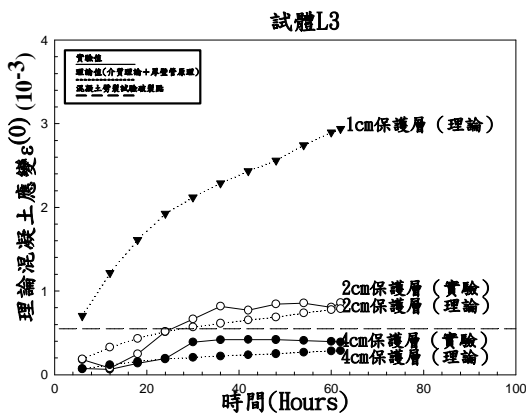


圖 12 (c). 混凝土理論與實驗殘留應變

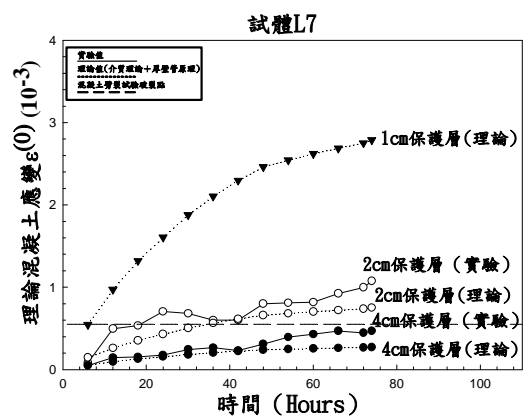


圖 12 (g). 混凝土理論與實驗殘留應變

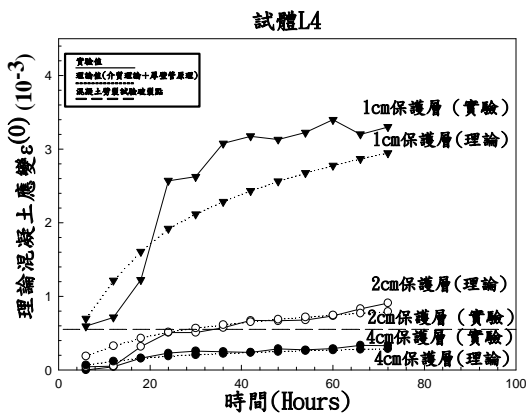


圖 12 (d). 混凝土理論與實驗殘留應變

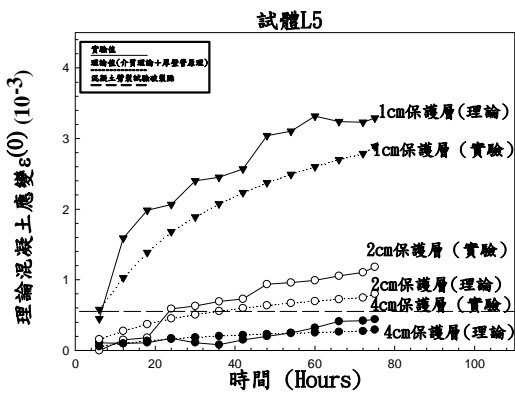


圖 12 (e). 混凝土理論與實驗殘留應變

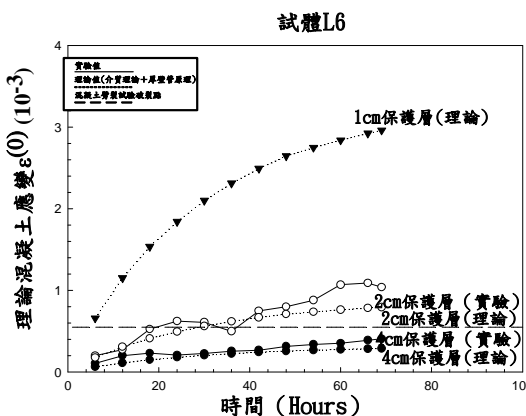


圖 12 (f). 混凝土理論與實驗殘留應變

### 5. 結論

依介質理論的均值法配合厚壁管模式計算混凝土的腐蝕殘留應力和應變，及比較 7 個腐蝕試體後，得到下列結論：

1. 將混凝土視為等向性材料，鋼筋視為立方晶體結構材料，並利用介質理論配合厚壁管模式的模擬結果，可預測鋼筋混凝土因鋼筋腐蝕所造成的混凝土殘留應力與應變。
2. 藉由量測鋼筋腐蝕電流密度，判斷腐蝕試體產生的鐵銹類型和種類，可計算出鋼筋腐蝕應變  $\epsilon^{**}$ 。
3. 由模擬混凝土膨脹應變結果得知，1cm 與部分 2cm 保護層的混凝土都已達到破裂範圍，且在未破壞的 2cm 保護層與 4cm 保護層的腐蝕殘留應力和應變，都與實驗值非常相近。顯示，本方法不僅可預測未破壞混凝土的腐蝕殘留應力與應變，也能掌握混凝土腐蝕破壞。

### 參考文獻

- [1] Eshelby, J. D., "The determination of elastic field of an ellipsoidal inclusion, and relation problem", *Proceedings of the Royal Society, London*, Vol. A241, pp. 376-396 (1957).
- [2] Mori, T. and Tanaka, K., "Average stress



- in the matrix and average elastic energy of materials with misfitting”, *Acta Metall.*, Vol. 21, pp.571-574 (1973).
- [3]Budynas, R. G., *Advanced Strength and Applied Stress*, McGraw-Hill, pp. 349-354 (1999).
- [4]孫偉育，電化學法應用於鋼筋腐蝕檢測之研究，國立屏東科技大學碩士論文 (2005)。
- [5]Meyers, M. A. and Chawla, K. K., *Mechanical Behavior of Materials*, Prentice-Hall, pp. 91 (1998).
- [6]Pan, H. H. and Weng, G. J., “Thermal stress relief by plastic deformation in aligned two-phase composites,” *Composites Engineering*, Vol.3 (3), pp. 219-234 (1993).
- [7]Bhargava, K., Ghosh, A. K., Mori, Y. and Ramanujam, S., “Model for cover cracking due to rebar corrosion in RC structures”, *Engineering Structures*, Vol. 28, pp.1093-1109 (2005).
- [8]鄭建軍，周欣竹，Li Chun-qing，鋼筋混凝土結構銹蝕損傷的解析解，水利學報，第12期 (2004)。

## Corrosion Residual Stresses of Reinforced Concrete By Mean-Field Approach

Zi-Chung Tsai<sup>1</sup> H. H. Pan<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Civil Engineering, Kaohsiung University of Applied Sciences, Taiwan

### ABSTRACT

The mean-field approach of inclusion theory combining with the thick-walled model is used to simulate corrosion residual stresses of reinforced concrete due to the steel corrosion in this study. Reinforced concrete as a whole is taken as a two-phase composite, where isotropic concrete is referred as a matrix and the steel, a reinforced-bar, with a cubic structure as the inclusion, respectively. This arrangement of the composite forms a transverse isotropic property. The electric current is used to accelerate corrosion in the reinforced-bar within reinforced concrete, and corrosion strains of concrete are also measured in experiments. Among experiments, direct current linear polarization method of electrochemistry is used to measure the corrosion rate of the steel, polarization resistivity and Tafel constant. These parameters allow one to calculate the weight loss and corrosion strains of the steel. Results show that the corrosion residual stresses and strains of concrete at the 4 cm distance are close to the experimental values during the corrosive procedure. Meanwhile, the annular residual stress of concrete dominates the corrosive damage of the reinforced concrete. Thus, the proposed method can simulate the corrosion residual stresses of concrete at different positions within reinforced-concrete effectively.

**Keywords:** mean-field approach, corrosion residual stress, reinforced concrete.