

# Chapter 5

## Steady State Simulation

### 製造系統模擬

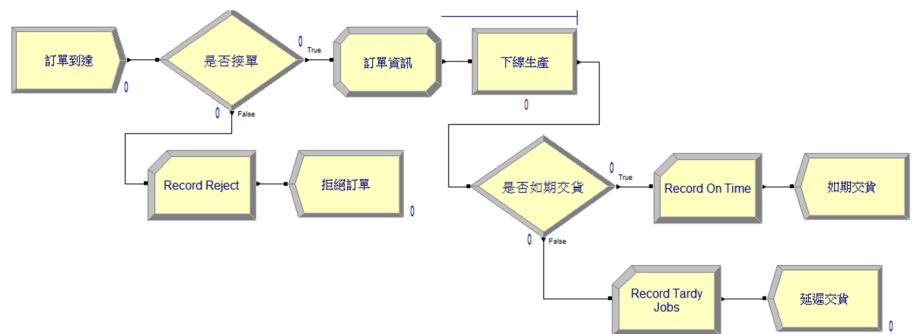
本章透過製造業的排程與生產控管範例介紹更多的邏輯與資料模組。

#### 學習重點

- 訂單的排序與投料控制，產能的時程安排
- Steady State Simulation的概念與分析方式
- 1-dim Variables vs. 1-dim Expressions

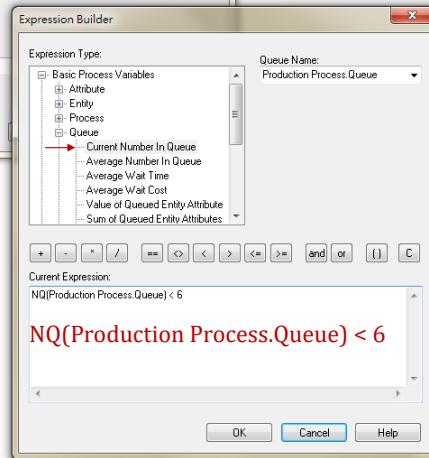
## 5.1 Example 5-1 排程與交期表現

- 系統根據目前工作量決定是否接受新訂單，接受的訂單可按照不同規則進行排序，並在生產完畢後記錄訂單交期表現。
- 模擬特點：使用 attributes 控制後續流程與計算績效
- 模擬目的：訂單排程是否顯著影響接單與交期表現



## Decide模組讀取系統的動態內容

- 訂單隨機到達，平均間隔時間為6小時。
- 接單條件：已在排隊等候生產的訂單必須少於6張。
- NQ為內建函數，不包含正在處理中的訂單。

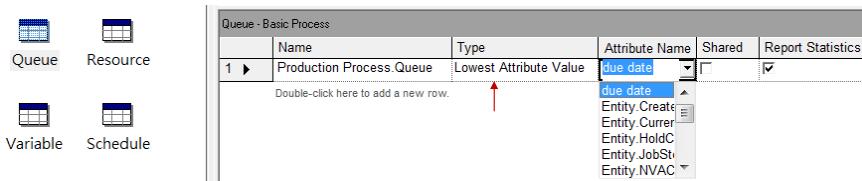


## 運用訂單的Attribute內容

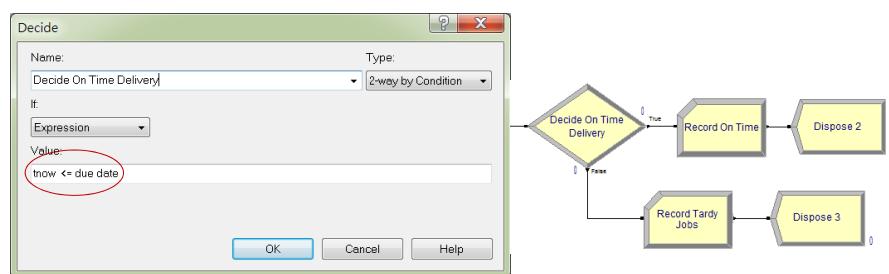
- order size: 訂單大小等於處理時間 ~ 均勻分佈於2至12小時
- due date: 交期時間點具有 $tnow+處理時間+tria(12,36,48)$ 小時的機率分佈
- $tnow$ 為模擬當時的時間點(variable)

## 依訂單屬性排定等候順序

- 選擇Queue資料模組，Type欄位預設為First In First Out，代表按照訂單到達的先後順序
- 改為Lowest Attribute Value，在Attribute Name的欄位選擇屬性**due date**，則為EDD法則，選擇**order size**，則為SPT法則。



## 生產後判斷交期是否延誤



- tnow為模擬時鐘(variable)，due date為個別訂單的attribute
- 依邏輯條件連到對應的Record模組Record On Time (Type: Count)，或是Record Tardy Jobs。

## 各種排程方式的模擬結果比較

Replication Length=200 days, Number of Replications=20

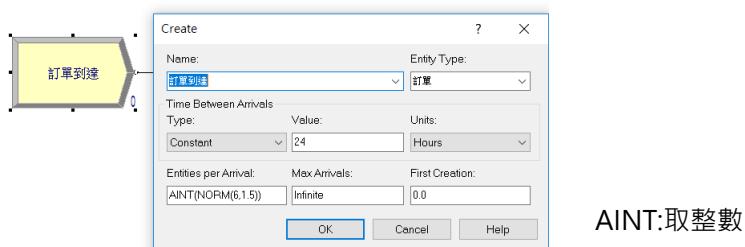
	NQ<6	NQ<8	NQ<8+EDD	NQ<8+SPT
拒絕訂單數	129.9±12.8	126.4±14.6	132.8±13.3	116.3±12.6
準時訂單數	423.9±16.3	250.3±29.5	235.2±23.2	580.9±7.6
延誤訂單數	238.7±16.1	422.6±27.2	436.3±23.2	102.6±3.5

- 接單條件應不應放寬為NQ<8？
- 排隊規則從FIFO改為SPT可提升交期表現？

Caution: What are needed to complete the experiment?

## 新增教材：投料控制與產能排程

- 訂單每隔24小時釋出，數量不定



- 日班有兩條平行生產線，夜班只有單一生產線
- 接單決策考慮訂單總作業時間，而不是訂單數目

## Schedule模組 (capacity)

The screenshot shows the 'Schedule' and 'Resource' sections of a simulation interface. In the 'Schedule' section, there is a 'Durations' table with two rows:

	Value	Duration
1	2	12
2	1	12

In the 'Resource' section, there is a 'Resource - Basic Process' table with one row for '生產線'. The 'Type' column is set to 'Based on Schedule' (highlighted with a red oval), and the 'Schedule Rule' dropdown menu is open, showing 'Wait', 'Ignore' (selected), and 'Preempt'.

**Wait:** 繼續進行，有訂單完成才將產能降為1個單位，隔天延後升回2個單位。

**Ignore:** 繼續進行，有訂單完成才將產能降為1個單位，隔天準點升回2個單位。

**Preempt:** 立即停工，產能降為1個單位，隔天準點繼續處理未完成的訂單。

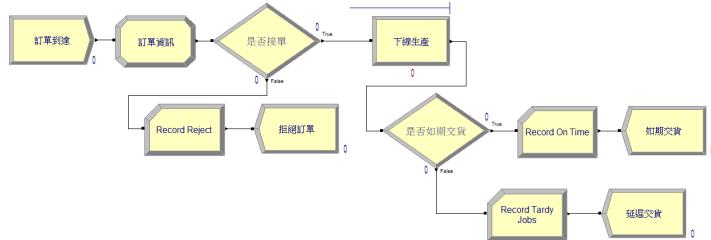
## Decide:依據等候訂單的總量

production process      order size      due date  
 $t_{now} + SAQUE(\text{下線生產.Queue}, NSYM(\text{訂單大小})) / 1.5 \leq \text{訂單交期}$

The screenshot shows the 'Decide' dialog and the 'Expression Builder' window. The 'Decide' dialog has a 'Name:' field set to '是否接單' and an 'If:' field containing the expression 'tnow + SAQUE(下線生產.Queue,NSYM(訂單大小))/1.5 <= 訂單交期'. The 'Expression Builder' window shows the expression being built in the 'Current Expression' field: 'tnow + SAQUE(下線生產.Queue,NSYM(訂單大小))/1.5 <= 訂單交期'. The 'Expression Type' tree on the left includes options like 'Basic Process Variables', 'Attribute', 'Entity', 'Process', and 'Queue', with 'Queue' expanded to show 'Current Number In Queue' and other queue-related functions.

SAQUE函數:將等候區內所有  
個體的某個屬性加總起來

## Example 5-1 ext v15



- Scheduled Utilization  
以1.5為基準來計算資源使用率
- Instantaneous Utilization  
Utilization是計算日班與夜班使用率的平均

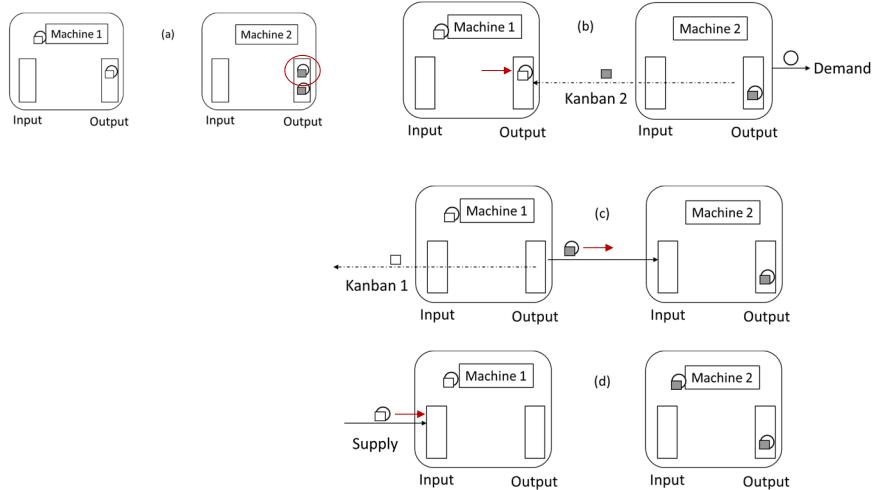
Resource						
Usage						
	Average	Half Width	Minimum Average	Maximum Average	Minimum Value	Maximum Value
生產線	0.9322	0.01	0.8814	0.9732	0.00	1.0000
生產線	1.5286	0.01	1.4630	1.5787	0.00	2.0000
生產線	1.6000	0.00	1.5000	1.5000	1.0000	2.0000
Scheduled Utilization	Average	Half Width	Minimum Average	Maximum Average	Minimum Value	Maximum Value
生產線	1.0191	0.01	0.9753	1.0526		

## 5.2 Example 5-2 看板生產系統

- 從倉庫送達的產品必須先取得第一站看板，才能進入第一站。產品離開第一站前，必須取得第二站看板，才能釋出第一站看板並進入第二站。
- 第三站沒有看板，產品在第二站完成處理後，可直接釋出看板並前往第三站。
- 第三站採取批量加工的模式，同類型的產品必須累積到一定數量後才能進行加工，加工後完成全部製程。

	投料間隔	第一站 處理時間	第二站 處理時間	第三站 批量	第三站 批量處理時間
Product A	unif(2,5)	1.6	norm(1.9,0.4)	6	tria(2,4, 6)+6
Product B	expo(2)+3	unif(1.5, 2.5)	gamm(2,1)	6	LOGN(4, 2)+6

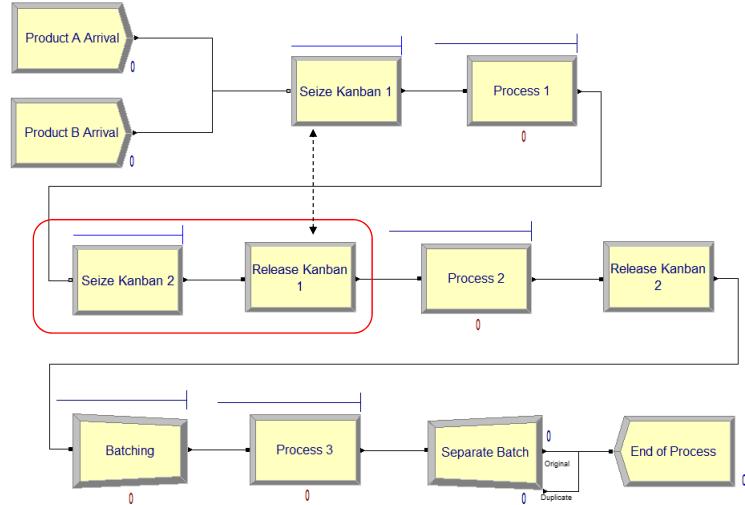
## 看板控制物料流動的過程



## 規劃流程架構

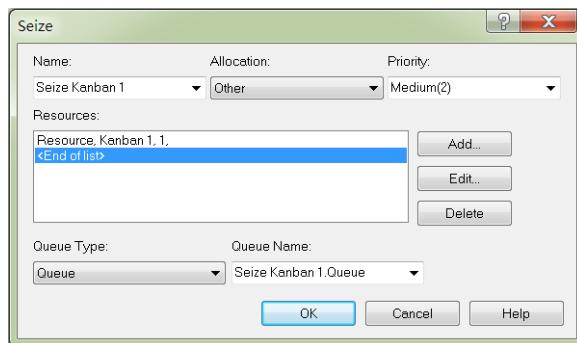
- 代表兩種產品的兩種entities: Product A, Product B
- 紀錄產品相關資訊的attributes
- 代表三站機器的三種resources: Station 1, ..., Station 3
- 看板是一種通行證，也是resources: Kanban 1, Kanban 2
- 代表產品到達的Create模組
- 以Seize模組與Release模組來取得與釋出看板
- 代表各站作業的Process模組
- 使用Batch模組累積同類型產品以進行批量加工，再由Separate模組解散整批產品，恢復個別entity的流程

## 看板系統流程的初步設計



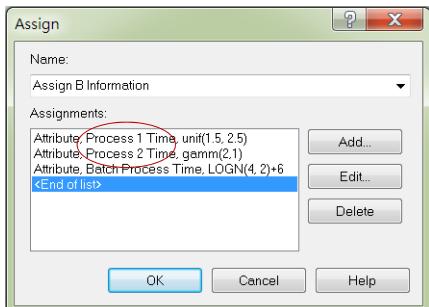
## 以Seize模組控制資源的使用順序

- Seize Kanban 1 → Process 1 → Seize Kanban 2 → Release Kanban 1 → Process 2 → Release Kanban 2

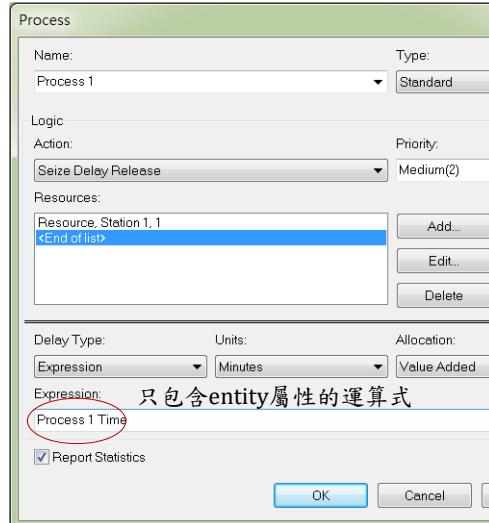


## 新增Assign模組：預先設定各站作業時間

產品A, B的作業時間不同

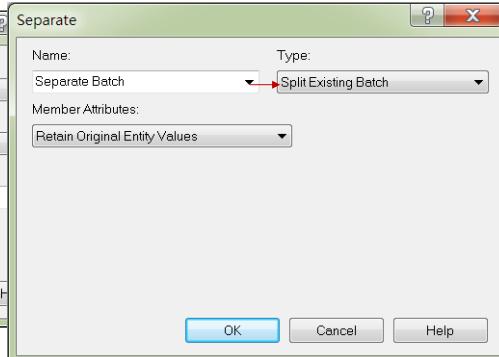
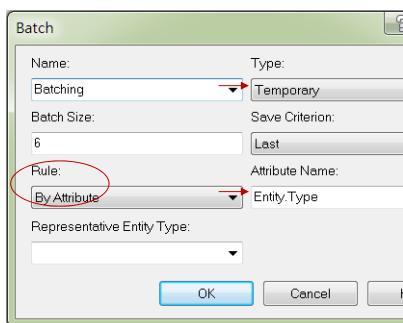


透過共同的Process 1 Time屬性，使Process 1模組可處理不同產品

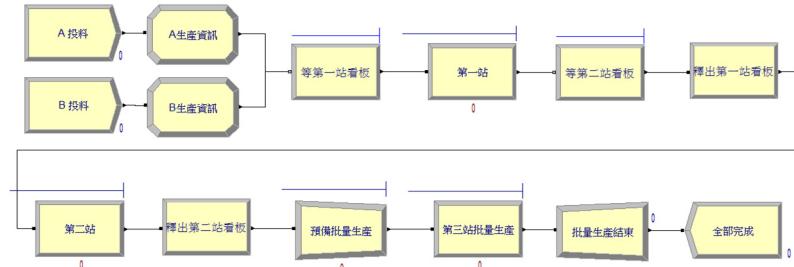


## Batch與Separate模組控制批量流程

Batch模組的Type選項為Temporary，這允許後續的Separate模組解散批量，恢復各個entity的流程



## Example 5-2 v15



Resource 資料模組：將Kanban 1的數量與Kanban 2的數量都改為2。

Run > Setup: Replication Length 設為 24 hours。

Average Total Time		Average Number in Queue	
Product A	Product B	Seize Kanban 1.Queue	Batching Queue
34.0483	38.5183	3.6672	5.0133

## 5.3 Steady State Simulation

- Steady state simulation的系統是連續運作的型態，沒有設定結束條件，又被稱為無限期間(**infinite horizon**)的模擬型態。
- Steady state simulation目的通常是評估長期運作下的平均績效，例如生產線的每小時產出率。
- Q1: 可是需要模擬多久才能代表長期運作？
- Q2: **Empty & idle**的起始狀態是否為常態？是否會影響模擬？

## 比較不同時間長度的模擬結果

### 5-2看板系統

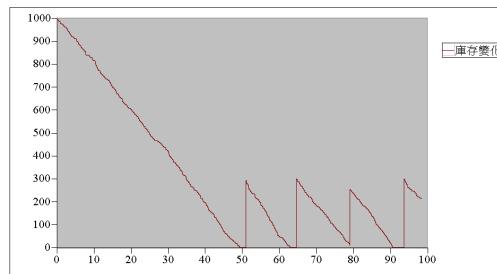
Replication Length	Average Total Time	
	Product A	Product B
8 hours	30.7217	35.4434
24 hours	34.0483	38.5183
100 hours	40.0244	43.6376
300 hours	39.8805	43.9851

### 2-1單站結帳作業 結帳時間為unif(1.0, 2.4)

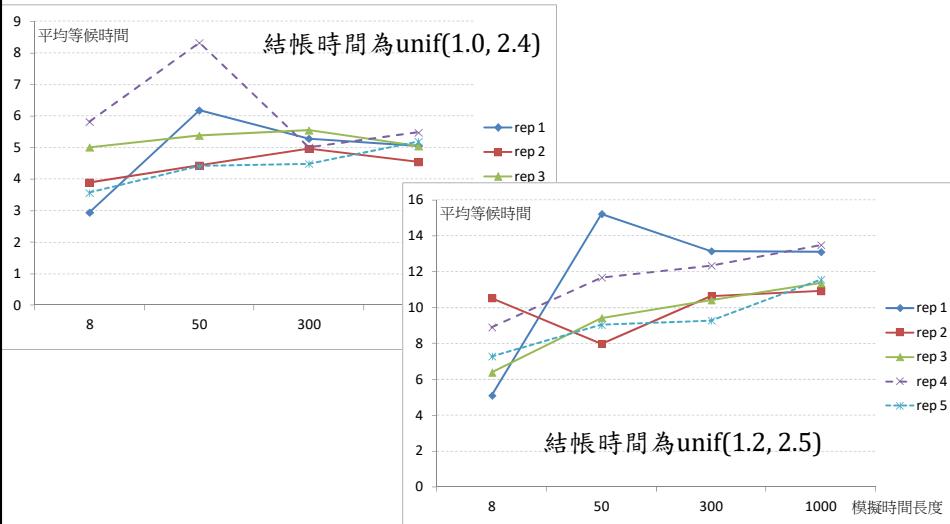
Replication Length	Average Wait Time
8 hours	2.9495
50 hours	6.1880
300 hours	5.2912
1000 hours	5.0589

## Initial Bias影響模擬結果

- 起始偏差的產生是因為模擬啟動時，流程內沒有任何entity，資源也無事可做，這稱為empty and idle的起始狀態，通常會造成平均等待時間或流程內的平均數目偏低。
- 越是龐大或是壅塞的系統越會受到起始偏差的影響。
- 庫存模擬的庫存起始值也會影響結果，起始值過大會使平均庫存量或供貨水準偏高。
- Terminating simulation  
也可能產生initial bias



## 單站結帳等候時間的起始偏差



## 偵測並評估Initial Bias的影響

### Welch's Plot

- 選擇足以觀察initial bias的模擬時間長度
- 追蹤並記錄流程重要數據隨時間的變化
- 進行多次replications，繪圖觀察數據的變化
- 從整體來判斷initial bias的影響時間長度(warm up period)
- 正式模擬實驗時排除warm up period的數據

### Alternative

- 執行很長的replication，希望能“淹沒” initial bias的影響

## 紀錄看板系統WIP變化並繪圖

	Name	Type	Expression	Collection Period	Report Label	Output File
1	WIP	Time-Persistent	EntitiesWIP(Product A) + EntitiesWIP(Product B)	Entire Replication	WIP	L:\simBook\WIP.dat

Double-click here to add a new row.

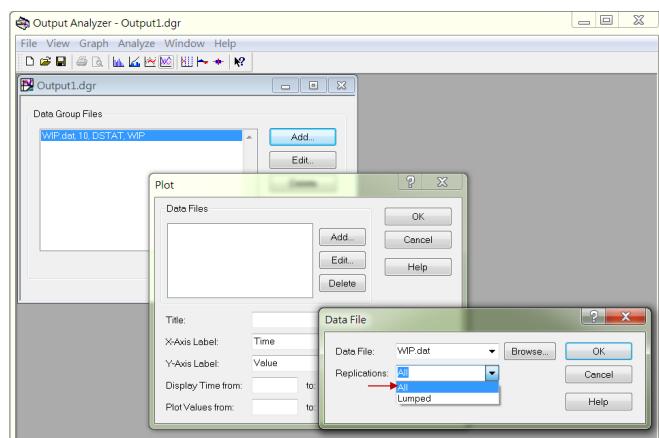
1. 輸出至外部檔案\*.dat

Caution: 避免中文路徑

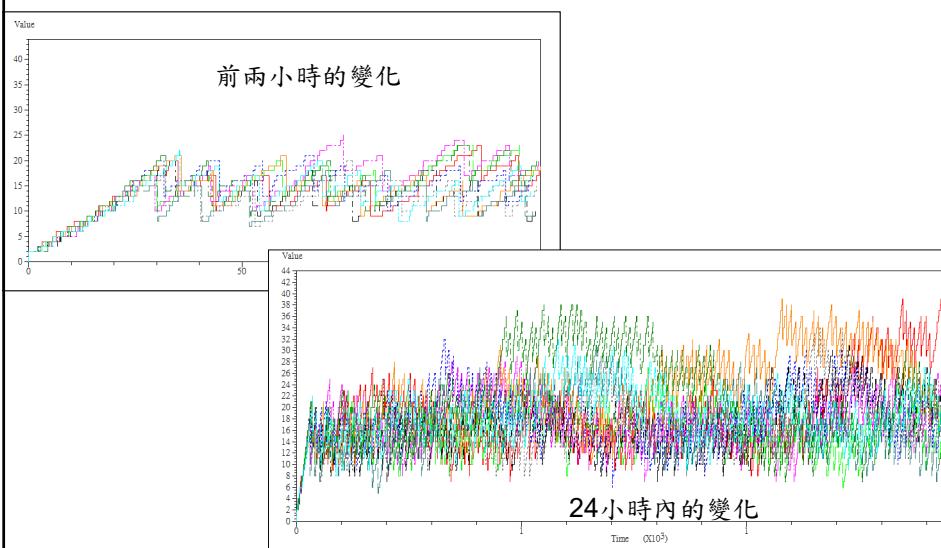
2. 在 Output Analyzer 建立新群組檔案，抓入剛輸出的外部檔案



5.3



## 以 Welch's Plots 偵測起始偏差



## 5.4 Steady State Simulation的實驗設定

- (1) 20 replications, replication length=240 hours, no warm up
- (2) 20 replications, replication length=240 hours, **warm up=12 hours**
- (3) **1 replication**, replication length=4800 hours, no warm up
- (4) **1 replication**, replication length=4800 hours, **warm up=12 hours**

	Product A Total Time		Product B Total Time	
	Average	Half-width	Average	Half-width
實驗(1)	38.4370	3.45	42.6248	3.47
實驗(2)	<b>38.7033</b>	3.64	<b>42.8737</b>	3.66
實驗(3)	39.3940	2.35	43.5811	2.62
實驗(4)	<b>39.4180</b>	2.23	<b>43.6032</b>	2.76

為何(3)(4)會有half-width ?

## Batch Means Estimation

令 $x_i$ 為第*i*個顧客的等候時間， $x_{n+1} \dots$ 為warm up後的資料

$$x_1, \dots, x_n, \underbrace{x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, \dots, \dots, x_{n+K-1}, x_{n+K}}_{\text{接近 identically distributed}}$$

$$\underbrace{x_{n+1}, \dots, x_{n+b}}_{\bar{x}_1}, \underbrace{x_{n+b+1}, \dots, x_{n+2b}}_{\bar{x}_2}, \dots, \dots, \underbrace{x_{n+(m-1)b+1}, \dots, x_{n+mb}}_{\bar{x}_m}$$

批量b夠大，各批的平均值(batch means)幾乎是互相獨立，可用來建立可信賴區間

## Batch Means與可信賴區間

- ARENA至少需要320個數據才開始計算Batch Means
- Batch Means數目在20至40之間，批量越大越好
- 如果數據不足，模擬結果的半寬會顯示“Insufficient”
- 有時候即使數量夠，欄位也可能出現“Correlated”，代表統計方法檢定認為批量平均值不為相互獨立

Total Time	Average	Half Width	Minimum Value	Maximum Value
Product A	34.0483	(Correlated)	13.0939	72.5903
Product B	38.5183	(Insufficient)	11.4479	78.7606

## Batch Means vs. Truncated Replications

系統或流程是否可視為週期性運作？ Yes

例如生產線每年歲修

No

不適合terminating simulation，  
則需偵測initial bias

選擇terminating  
simulation (1)

warm up period是否相對較短？ Yes

例如小於replication length的10%

No

選擇Batch Means (4)

選擇truncated  
replications (2)

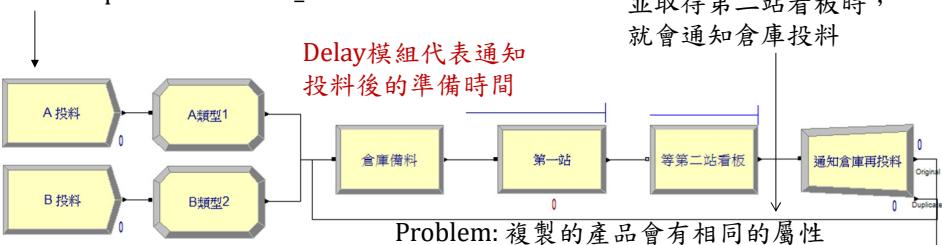
## 5.5 Variables and Expressions

- 看板系統的進料過程獨自運作，無視於實際生產進度，造成物料到達現場後，可能要長時間等待第一站的看板。
- 改進方案**：將倉庫自主送料的決策改為由第一站主控，只有第一站完成產品並送往下游時，才通知倉庫繼續投料，這樣更符合拉式控制的觀念。
- Basic Process面板的Separate模組的另一用法是複製相同的entity，將標示複製品(Duplicate)的出口連回流程起點，代表通知倉庫投料，標示本尊(Original)的出口則連接Process 2模組，代表產品繼續前往第二站。

### 拉式控制投料的流程設計

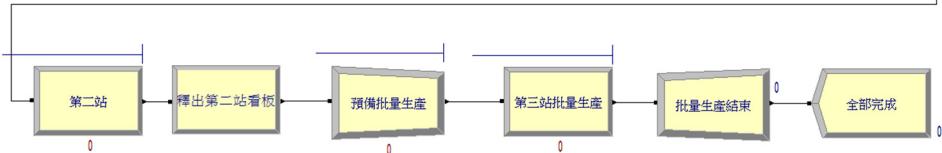
Max Arrivals=1

Entities per Arrival=num\_A



產品在第一站完成處理  
並取得第二站看板時，  
就會通知倉庫投料

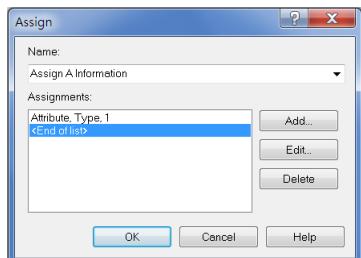
Problem: 複製的產品會有相同的屬性



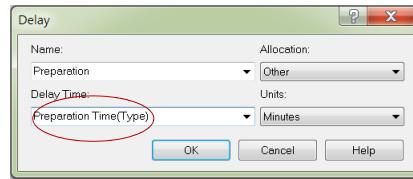
## Expressions 重新設定隨機變化

Expression - Advanced Process						Expression Values
	Name	Rows	Columns	Data Type	File Name	Expression Values
1 ►	Preparation Time	2		Native		[2 rows]
2	Process 1 Time	2		Native		2 rows
3	Process 2 Time	2		Native		2 rows
4	Batch Process Time	2		Native		2 rows

一維公式



Expression Preparation Time (Type) 為每個複製的產品重新設定作業時間

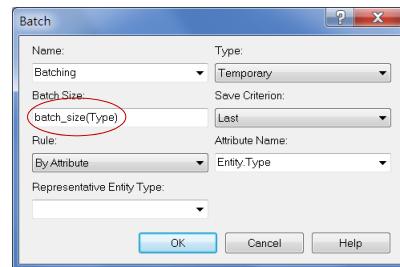


Delay 模組根據 Type 屬性，以不同機率分佈處理不同產品。

## 1-Dim Variables 設定兩種不同的生產批量

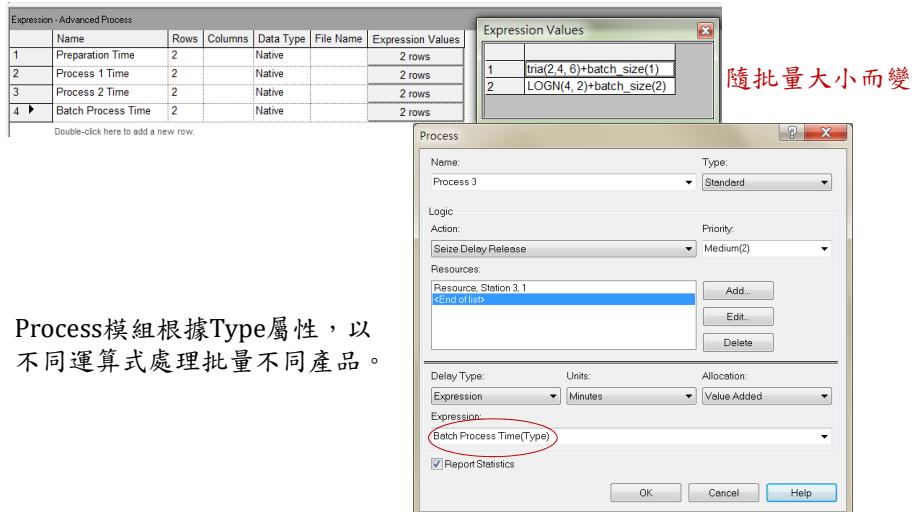
Variable - Basic Process							Initial Values	
	Name	Rows	Columns	Data Type	Clear Option	File Name	Initial Values	Report
1	num_A			Real	System		1 rows	
2	num_B			Real	System		1 rows	
3 ►	batch_size	2		Real	System		[2 rows]	

一維變數



Batch 模組根據 Type 屬性，讓不同產品的批量不同。

## 1-Dim Expression設定不同的批量生產時間



## Expression與Variable的比較

	Variable	Expression
內容	實數	實數、函數、機率分布的運算公式
使用方式	直接讀取數值	根據公式內容重新產生亂數並重新計算
能否變更	可在模擬過程中被設定或更改	公式固定不變
記錄分析	可分析模擬過程的平均值與極值	不適用
1維與2維向量	可	可
範例	庫存量、載客數	隨機變化的作業時間

## Results of Truncated Replications

Statistic - Advanced Process					
	Name	Type	Expression	Report Label	Output File
1 ►	output rate	Output	(EntitiesOut(Product A) + EntitiesOut(Product B)) / (tnow - 720)	output rate	

Double-click here to add a new row.

Statistic模組設定在模擬結束後  
才計算產出率

Number of replications=20, warm up period=12 hours,  
replication length=240 hours

模擬結果顯示output rate=0.5839，half-width=0.0，  
20次replications的產出率變動範圍為0.5810~0.5871

**Question:** 為何先前範例不考慮產出率？