C o r r e l a t i o n

問題型態

遊客的遊憩體驗、旅遊滿意度、遊憩動機、重遊意願是否有顯著的相關存在？

分析方法

X 變項 (自變數)	Y 變項 (依變數)	適用的相關方法
連續變項 Interval scale Ratio scale	連續變項 Interval scale Ratio scale	皮爾遜積差相關法(Pearson product-moment correlation)
Ordinal scale	Ordinal scale	史比爾曼等級相關(Spearman rank order correlation)
人為二分變項	人為二分變項	四分相關(tetrachoric correlation)
真正二分變項	真正二分變項	Φ(phi)相關
人為二分變項	連續變項	二系列相關(biserial correlation)
真正二分變項 Bi-nominal scale	連續變項 Interval scale Ratio scale	點二系列相關(point-biserial correlation)

連續變項：變項屬性原來是 interval scale 或 ratio scale 的變數，如 Likert scale。若是認知或知識判斷上正確與否，原屬於 nominal scale 的變數，若其相關的認知或知識判斷的項目(問題)數兩個以上時，可將判斷正確給予 3(1)分，不正確給予 1(-1)分，未回答(不知道者)給予 2(0)分，總和計算每位受訪者在此部分的總分，此認知或知識判斷的「總分」可視為 ratio scale 的變數，繼續進行推論性統計分析。

分立變項：變項屬性原來是 nominal scale 或 ordinal scale 的變數。

真正二分變項：變項屬性原來就是二分類別變項或二分次序變項，如性別

人為二分變項：變項屬性原來是 interval scale 或 ratio scale 的變數，經由人為操控轉換為二分類別變項或二分次序變項。如學生成就測驗得分原來為連續變項，因研究需要，將成績分為『及格』與『不及格』二類。

Quantitative variables
Qualitative variables
Dichotomous dependent(so-called dummy variables)
Polytomous dependent

Table Correlation coefficients for two nominal variables

No. of categories		X Nominal: 2	X Nominal: 2+
Y Nominal	2	■ Phi[a] ■ Yule's Q ■ Lambda[b] ■ Goodman and Kruskall's tau[c]	■ Cramer's V ■ Lambda[b] ■ Goodman and Kruskall's tau[c]
	2+	■ Cramer's V ■ Lambda[b] ■ Goodman and Kruskall's tau[c]	■ Cramer's V ■ Lambda[b] ■ Goodman and Kruskall's tau[c]

[a]Phi is the 2×2 version of Cramer's V.

[b]Comes in both a symmetric and asymmetric version.

[c]Asymmetric coefficient will have different values depending on which coefficient is treated as X.

Table Correlation coefficients for two ordinal variables

No. of categories		X Ordinal		
		2	2+	Many
Y Ordinal	2	■ Gamma[a] ■ Somers'd[c] ■ Kendall's tau-b[d]	■ Gamma[b] ■ Somers'd[c] ■ Kendall's tau-c[e]	■ No obvious choice[a]
	2+	■ Gamma[a] ■ Somers'd[c] ■ Kendall's tau-c[e]	■ Gamma[a] ■ Kendall's tau-b[d]	■ Kendall's rank-order tau[f]
	Many	■ No obvious choice[a]	■ Kendall's rank-order tau[f]	■ Spearman's rho ■ Kendall's rank-order tau[f]

[a]If the variable with many values can be treated as interval, Pearson's r could be used.
[b]Gives higher correlations than other coefficients.
[c]Comes in a symmetric and asymmetric version.
[d]Used when the X and Y variables have the same number of categories.
[e]Used when the X and Y variables have a different number of categories.
[f]More appropriate than Spearman's rho where there are many tied ranks – a situation that occurs when one variable has relatively few categories.

Table Correlation coefficients for two interval variables

No. of categories		X Interval	
		2	2+
Y Interval	2	■ Pearson's r ■ Phi[a] ■ Biserial r[a]	■ Pearson's r
	2+	■ Pearson's r ■ Eta	■ Pearson's r ■ Eta[b]

[a]Reduces to Pearson's r in the 2x2 case.
[b]Asymmetric and sensitive to nonlinear relationships.

自變數與依變數(因變數)的選定，應依據研究架構和研究假設的檢定假設爲基礎，進行自變數與依變數的檢定配對之排定。

積差相關法的基本假設

1. 受測樣本數最好在 25 人以上
2. 變項間均爲連續變項(等距/比率變項)
3. 變項母群體均呈常態分佈
4. 二者相關型態爲直線相關，而非曲線相關

共變異數(covariance)

母體/族群共變異數(population covariance)：假設母體/族群數值爲(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4),… (x_N, y_N)，則母體/族群共變異數σ_{XY} 或 Cov(X, Y)

$$\sigma_{XY} = \mathrm{Cov}(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{N}$$

μ_X ：X 變數的算術平均值

μ_Y ：Y 變數的算術平均值

樣本共變異數(sample covariance)：假設樣本數值為$(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4), \ldots (x_n, y_n)$，則樣本共變異數$S_{XY}$

$$S_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}$$

$\bar{x}$ ：X 變數的算術平均值

$\bar{y}$ ：Y 變數的算術平均值

Sample: 假設某旅行社 A、B 兩種套裝行程，在過去半年的銷售數量

月份	1	2	3	4	5	6	平均數
A	5	6	8	4	5	7	5.83
B	8	12	15	13	11	11	11.67

求此兩種套裝行程的樣本共變異數

$$S_{AB} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(A_i - \bar{A})(B_i - \bar{B})}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{6}(A_i - 5.83)(B_i - 11.67)}{6-1}$$

$$= \frac{(5-5.83)(8-11.67) + \ldots + (7-5.83)(11-11.67)}{5}$$

$$= \frac{3.06 + 0.06 + 7.22 - 2.44 + 0.55 - 0.78}{5} = \frac{7.67}{5} = 1.53$$

共變異數的意義

I	II
X - μ_X < 0 Y - μ_Y > 0	X - μ_X > 0 Y - μ_Y > 0
III	IV
X - μ_X < 0 Y - μ_Y < 0	X - μ_X > 0 Y - μ_Y < 0

$S_{XY} > 0$：代表 X, Y 同時比平均值大，或 X, Y 同時比平均值小的出現頻率較多，即大部分數值均落於 II、III 兩區域(向限)，故 X, Y 數值之間具有正向線性關係。

$S_{XY} < 0$：代表 X 大於平均值且 Y 小於平均值，或 X 小於平均值且 Y 大於平均值的出現頻率較多，即大部分數值均落於 I、IV 兩區域(向限)，故 X, Y 數值之間具有負向線性關係。

$S_{XY} = 0$：代表 X, Y 數值平均分散在 I、II、III、IV 四個區域，故 X, Y 數值之間沒有線性關係。

Reference:

Kim, S. S. and Crompton, J. L. 2001. The effects of different types of information messages on perceptions of price and stated willingness-to-pay. *Journal of Leisure Research*, 33(3):299-318.

以皮爾遜積差相關方法分析兩者的相關程度，積差相關係數可作爲兩個連續變數間線性相關的指標。

1. 相關係數介於-1 與+1 之間，正負符號表示相關的方向，負相關表示線性相關的斜率爲負，正相關表示線性相關的斜率爲正。
2. 相關係數(r)的平方(r^2)成爲決定係數或解釋變異量的比例。
3. 在統計分析中，相關係數的意義與樣本人數大小有關，在推論統計中，若受測的樣本很多，即使相關係數的值很小，也很容易達到顯著。因而在相關分析的解釋過程，除說明兩個變項是否達顯著相關外，也應呈現決定係數的大小，並加以說明。
4. 不論相關係數或決定係數只能說明兩者關係密切的程度，而不能誤認兩者間有因果關係。
5. 若 X 變項與 Y 變項的相關爲 0.50 ($p<0.001$)，決定係數爲 0.25，意謂著「Y 變項的變異量中，可被 X 變項解釋的變異量百分比爲 25 %」; 相對的，也意謂著「X 變項的變異量中，可被 Y 變項解釋變異量百分比也爲 25 %」; 而相關係數等於 0.50，則表示 X 變項與 Y 變項間有顯著的正相關。

相關係數(r)	相關程度
0.8 以上	極高
0.6-0.8	高
0.4-0.6	普通
0.2-0.4	低
0.2 以下	極低

皮爾遜積差相關係數(Pearson product-moment correlation coefficient)/積差相關係數

$$r_{XY} = \frac{COV_{XY}}{S_X S_Y} = \frac{XY\text{的共變異數}}{(X\text{的標準差})\times(Y\text{的標準差})}$$

$$= \frac{\frac{\sum(X_i-\overline{X})(Y_i-\overline{Y})}{n-1}}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2}{n-1}}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\overline{Y})^2}{n-1}}} = \frac{\sum(X_i-\overline{X})(Y_i-\overline{Y})}{(n-1)S_X S_Y}$$

$$= \frac{\sum(X_i-\overline{X})(Y_i-\overline{Y})}{\sqrt{\sum(X_i-\overline{X})^2\sum(Y_i-\overline{Y})^2}}$$

Question 1: 母體/族群 vs.樣本數值的 Pearson product-moment correlation coefficient 計算有何異同？

Question 2: 樣本數值加倍(重複)前後的 Pearson product-moment correlation coefficient 計算有何異同？

Sample: 假設某旅行社 A、B 兩種套裝行程，在過去半年的銷售數量

月份	1	2	3	4	5	6	平均數
A	5	6	8	4	5	7	5.83
B	8	12	15	13	11	11	11.67

求此兩種套裝行程的相關係數

$$r_{AB} = \frac{\sum_{i=1}^{6}(A_i-\overline{A})(B_i-\overline{B})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{6}(A_i-\overline{A})^2\sum_{i=1}^{6}(B_i-\overline{B})^2}}$$

$$= \frac{(5-5.83)(8-11.67)+...+(7-5.83)(11-11.67)}{\sqrt{[(5-5.83)^2+...+(7-5.83)^2][(8-11.67)^2+...+(11-11.67)^2]}}$$

$$= \frac{7.67}{\sqrt{10.83\times 27.33}} = \frac{7.67}{17.21} = 0.4455$$

點二系列相關係數(Point-biserial correlation coefficient)

$$r_{AB} = \frac{\overline{X}_A-\overline{X}_B}{S_t}\sqrt{AB}$$

$\overline{X}_A$: A 族群(男生)某特徵數值(身高、成績、interval scale、ratio scale)的平均值

$\overline{X}_B$: B 族群(女生)某特徵數值(身高、成績、interval scale、ratio scale)的平均值

S_t : A 和 B 族群(全部)某特徵數值(身高、成績、interval scale、ratio scale)的標準差

A : A 族群(男生)所佔受訪者的比率(0~1)

B : B 族群(男生)所佔受訪者的比率(0~1)

史比爾曼等級相關係數(Spearman rank order correlation coefficient)

$$r_S = 1-\frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

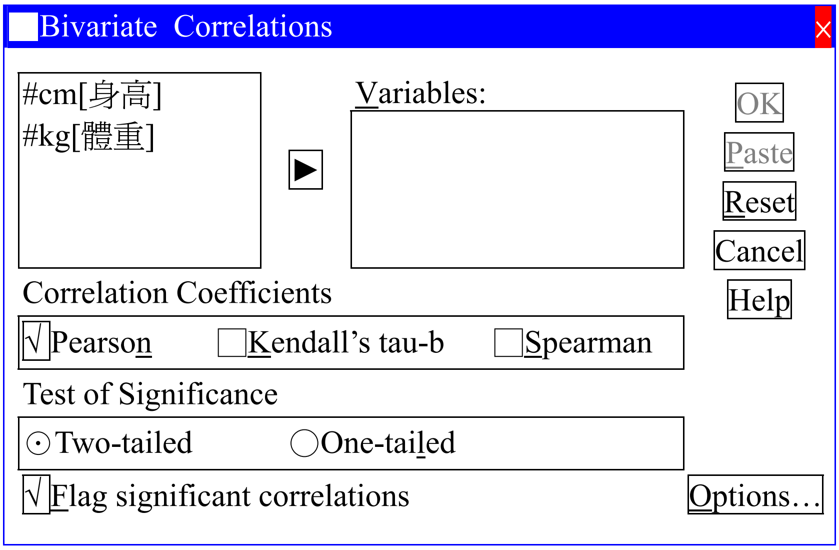
d : 等第差距值

顯著性檢定公式

$$t = \frac{r_S}{\sqrt{\frac{1-r_S^2}{nN-2}}}$$

相關分析 SPSS 操作方法

1.Analyze/Statistics(統計分析) → Correlate(相關) → Bivariate… (雙變數)，打開 Bivariate correlations (雙變數相關分析)對話視窗



2.出現 Bivariate Correlations (雙變數相關分析)對話視窗

3.將左邊方塊中欲進行相關分析的變數名稱，勾選進入右邊 Variables:方塊中

4.在 Correlation Coefficients(相關係數)方塊中勾選「□Pearson」(積差相關係數)

5.在 Test of Significance(顯著性檢定)方塊中勾選「□Two-tailed」(雙尾檢定，用於探索性的資料分析)

6.勾選最下面的「□Flag significant correlations」(相關顯著性訊號)，積差相關檢定結果達 0.05 顯著水準，在相關係數旁會以一個「*」符號表示，達 0.01 顯著水準時會以兩個「*」符號表示

7.按 OK 按鈕，以執行相關分析

Correlations

		cm	Kg
cm	Pearson Correlation	1.000	.996**
	Sig. (2-tailed)	.	.000
	N	7	7
kg	Pearson Correlation	.996**	1.000
	Sig. (2-tailed)	.000	.
	N	7	7

** Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).